

## 第11回藤岡おもしろ数学教室実施報告記

小島定吉（東京工業大学大学院情報理工学研究科）

「おもしろ数学教室」は、和算家関孝和ゆかりの地である群馬県藤岡市からの要請を受け、1996年から同市の中学生を対象に始めた数学会のイベントです。今年度は第11回に当たり、昨年10月31日に藤岡市立小野中学校において300人強の全校生徒を集め開催されました。川崎徹郎関東支部責任評議員、真島秀行教育委員会委員と理事長小島が出向き、不肖小島が「ポアンカレ予想」と題し講演を行いました。本稿はその実施報告記です。

筆者は、昨年も同教室に参加し大凡の雰囲気は知っていたとはいえ、数百人の中学生を相手にするのは初めてで、テーマ選びの段階から考え込んでしまいました。挙句、無謀を知りつつ今話題の「ポアンカレ予想」を選ぶことにしました。とにかく「文字・数式を少なく」と「動画を多く」を指針に、研究支援者の水嶋滋氏とグラフィックを研究している娘と相談しながら、パワーポイントスライドを作成しました。前半は、ニューヨークタイムスの記事やクレイ数学研究所のミレニアム問題、またキーパーソンのモーフィングなどで興味を数学情報に向け、後半はポアンカレ予想に現れる球面などの数学の概念を動画でゆっくり説明するという組み立てです。最後は、Jeff Weeks 氏のフライトシミュレータ（Curved Spaces：<http://www.geometrygames.org>）を使って、仮想宇宙をさまよいながら余韻をもって終わることにしました。

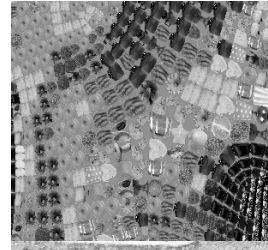
うまく雰囲気が伝わったかは甚だ不安ですが、講演中はたいへん静かで、私語等に悩まされることはありませんでした。ただし話を理解してくれた訳ではなく、たとえば講演内容に関する質問は一切ありませんでした。それなりだったのか失敗だったのか、よく分かりません。

さて、慣例ということで数学通信から「おもしろ数学教室」に関する寄稿を求められました。たいへん迷ったのですが、この前書きの後に、講演で使用したパワーポイントのプリント版を付すことにします。各スライドのイメージはある時点の静止画ですが、実際は動画を多用しています。それゆえ本稿は講演の全容を伝えるには情報不足ですが、ご容赦いただきたく、よろしくお願い致します。

## ポアンカレ予想

日本数学会理事長  
小島定吉

## 娘のグラフィックス



## 身近な数学の問題

- 中学 1 年クラス
    - $3x-2=2-4x$  を解け
  - 中学 2 年クラス
    - 三角形の内角の和はいくつか？
  - 中学 3 年クラス
    - 三平方の定理とは？
- 答えられるかな？？

## 難しい数学の問題

- メルセンヌプロジェクト
  - 素数 : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, .....
  - $2 \times 2 \times 2 \times \dots$  32,583,657 回掛けて 1 を引いた数は大きな素数 (今年9月の記録)
- 4色問題
  - 国の国境がどう変わっても, 世界地図は4色で塗り分けられる (27年前に分る)

## ポアンカレ予想

- 1900年
- 後
- 2000年
- 後
- 国際
- 大会



## 世紀の難問

- ヒルベルトの23の問題
  - 1900年の国際数学会議で発表された, 20世紀の数学を牽引した難問
- 七つのミレニアム問題
  - 2000年にクレイ数学研究所が取り上げ, 各々に100万ドル (約一億円) の賞金をかけた, 現代数学の七つの難問.

## 七つの問題

・バ  
 ・ホ  
 ・ナ  
 ・ポ  
 ・ホ  
 ・リ  
 ・ヤ

The screenshot shows the Clay Mathematics Institute website. The main heading is "Poincaré Conjecture". Below it, there is a detailed text description of the problem, which asks whether a simply connected, closed 3-manifold is homeomorphic to a 3-sphere. To the right of the text is a small image of a complex, interconnected network structure.

## キーパーソンを辿る

- ガウス (1777~1855)
- リーマン (1826~1866)
- ポアンカレ (1854~1912)
- サーストン (1946~)
- ハミルトン (1943~)
- ペレルマン (1966~)

## 日本人の貢献

- 初期の頃：本間龍雄 東工大名誉教授
- 今回：塩谷隆 東北大学教授  
山口孝男 筑波大教授

## 円周とは？

- 平面上のある点から等しい距離にある点の集まり

## 球面とは？

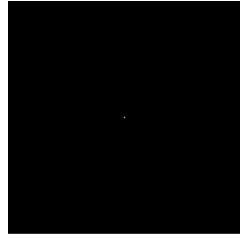
- 空間内のある点から等しい距離にある点の集まり

## 再度球面を見る

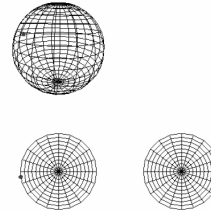
- 平面で切ってみる

### 3次元球面

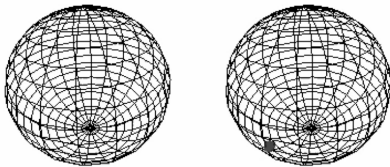
- 切り口を見る



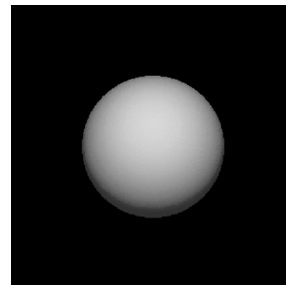
### 球面を二つに分ける



### 3次元球面を2分割



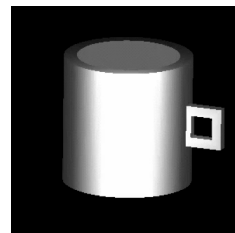
### 形が連続的に変わる I



### 形が連続的に変わる II



### 形が連続的に変わる III

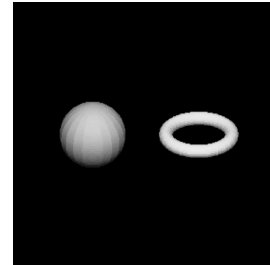


## トポロジーが等しい

- 連続的にうつりあう図形はトポロジーが等しい!

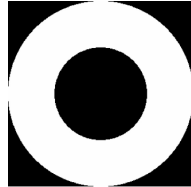
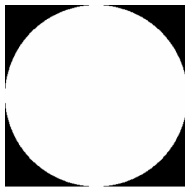


## トポロジーが異なる



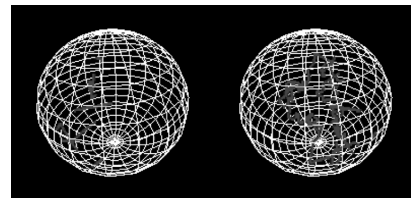
## トポロジーが異なる原因

- 輪が縮まる
- 輪が縮まらない



## 3次元球面の特徴

- どんな輪も縮まる



## ポアンカレ予想

- どんな輪も縮まる空間は3次元球面とトポロジーが等しいという予想
- 2004年にペレルマンが解決
- まだクレイ研究所から賞金100万ドルをもらっていない

## 宇宙の形

- ポアンカレ予想の解決は、宇宙の形を探るヒントをあたえる
- 可能性は、おおざっぱには3種類
- 可視化してみよう!