粘性と熱伝導性を持つ理想気体の一次元運動の長時間挙動について

松村　昭孝

大阪大学大学院情報科学研究科

1. 初めに

本講演では，粘性と熱伝導性を持つ理想気体の一次元運動を記述する方程式系に対する時間大域解の存在とその長時間挙動についてお話します．特に，最近の粘性接触波や粘性衝撃波の漸近安定性の議論を通して，私達の主たる手法である重み付きエネルギー法を紹介したいと思います.

2. 方程式系

まずは，粘性と熱伝導性を持つ理想気体の一次元運動を記述する方程式系を記します．これは，質量保存則，運動量保存則，エネルギー保存則の三つの保存則からなる保存則系で, 保存則系の研究における典型例であり，保存則系の研究の主たる動機付けになっているものです.

粘性及び熱伝導を考慮した理想気体モデル：

$$
(1) \qquad \begin{cases} \rho_t + (\rho w)_x = 0, \\ (\rho w)_t + (\rho w^2 + p)_x = (\mu w_x)_x, \\ (\rho(e + \frac{w^2}{2}))_t + ((\rho(e + \frac{w^2}{2}) + p)w)_x = (\kappa\theta_x + \mu w w_x)_x. \end{cases}
$$

ここに, ρ は質量密度, w は流速, θ は絶対温度, μ は粘性係数（正定数），κ は熱伝導係数（正定数）, p は圧力，e は単位質量あたりの内部エネルギーで, 気体が理想的でポリトロピックのとき p, e は状態方程式

$$
(2) \qquad p = R\rho\theta, \qquad e = \frac{R}{\gamma - 1}\theta
$$

で与えられます．R は気体定数，γ は比熱比 (> 1 なる定数) です．方程式系 (1) において，エネルギー保存則を考慮せず，圧力が密度の関数で与えられる場合（流体は Barotropic と呼ばれる）が次のモデルで,「系」を考察するときの一番基本となるモデルです.

粘性気体の Barotropic モデル：

$$
(3) \qquad \begin{cases} \rho_t + (\rho w)_x = 0, \\ (\rho w)_t + (\rho w^2 + p(\rho))_x = (\mu w_x)_x. \end{cases}
$$

ここで, 圧力 p の典型例としては

$$
p = p(\rho) = a\rho^\gamma \quad (a \text{ はある正定数})
$$

が知られており, $\gamma = 1$ の場合が等温モデル，$\gamma = 1$ の場合が等エントロピーモデルと呼ばれています．また，挙動がスカラー関数で記述されるような波（単純波）に興味を絞り，解の性質を単独方程式で近似記述したものとして次の Burgers 方程式が知られており，その性質は保存則の研究の基本となっています.

Burgers 方程式：

(4) $$u_t + (\frac{u^2}{2})_x = \mu u_{xx}.$$

さて，以上の方程式系は，より一般的に記述すると次のような粘性保存則系と呼ばれる非線形偏微分方程式の形をしています：

(5) $$u_t + f(u)_x = (B(u)u_x)_x \qquad (x \in \mathbf{R},\ t > 0).$$

ここに, $u = u(t, x)$, $f = f(u)$ はベクトル値関数 $u : \mathbf{R}_+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}^m$, $f : \mathbf{R}^m \to \mathbf{R}^m$ であり, それぞれ保存量, 流束と呼ばれます. また, $B : \mathbf{R}^{m\times m} \to \mathbf{R}^{m\times m}$ は非負定値な行列値関数で粘性項の係数行列を表します. 粘性項がない系 $(B = 0)$(これを単に保存則系と呼ぶことも多い）が双曲型となるために, 流束 f のヤコビ行列 $df(u)$ は状態空間 $\mathbf{R}^m$ のある領域 Ω 上で一様に相異なる実固有値 (特性速度) $\lambda_1(u) < \lambda_2(u) < \cdots < \lambda_m(u)$ を持つと仮定します. また, $\lambda_i(u)$ に対応する右固有ベクトルを $r_i(u)$ としたとき, 各 i について Ω 上で一様に $(r_i \cdot \nabla_u \lambda_i)(u) \neq 0$ であるか, $(r_i \cdot \nabla_u \lambda_i)(u) = 0$ であることを仮定します. 前者のとき第 i 特性場は “真に非線形”, 後者のとき第 i 特性場は “線形退化”であると云います. 次に $B(u)$ に関してですが, 正値でなくとも系全体ではエネルギー消散的な構造があることを仮定します. このための十分条件として次の条件が有用です (Kawashima[13])：

$$B(u)r_i(u) \neq 0 \qquad (u \in \Omega, i = 1, , , m).$$

この条件は多次元の場合も込めたもの（u での線形化方程式系の双曲型部分の定在波ベクトルが $B(u)$ の核に属しないこと）を一次元の場合に簡略化し書いたものですが, “Kawashima condition” として知られ, 双曲-放物型方程式系を一般的状況で考えるときの標準となっています.

3. 初期値問題

粘性保存則系 (5) に次の初期条件と空間遠方での状態 $u_\pm \in \Omega$ を与えた初期値問題を考えます.

(6) $$u(0, x) = u_0(x) \quad (x \in \mathbf{R}), \qquad \lim_{x\to\pm\infty} u(t, x) = u_\pm \quad (t \geq 0).$$

このとき, 私たちの興味は初期値問題 (1)(6) の時間大域解の存在と, 特に空間遠方での状態 $u_\pm$ に応じて解がどのような長時間挙動を見せるかにあります. 理想的には, 有界で適当に滑らかな任意の初期値に対し時間大域解が先に求められ, 改めてその大域解に対する漸近挙動をゆっくり考えることが出来ればよいのですが,

そうは上手く行きません. 単独方程式の場合は最大値原理によりアプリオリ評価が得られ, これが可能ですが, 系の場合は単純なものを除けば, Itaya [11](1976) による粘性気体の等温度モデル ((3) で $\gamma = 1$) の場合にのみ知られてれており, 他の場合は全く未解決な問題です. そこで, 作戦を変更し, なんらかの考察で解の漸近形が近似的にも構成でき, これが漸近安定であろうと期待すると, この漸近形の小近傍に解を制限することでアプリオリ評価が得られ, 少なくともその小近傍では時間大域解の存在とその漸近形への漸近も同時に得られるのではないかと考えます. では, どの様に漸近形を予想するのでしょうか. 一番簡単に予想できるのは, $u_- = u_+ = \bar{u}$ のときで, $u = \bar{u}$ が定数自明解であることから, 解は $\bar{u}$ に漸近すると予想するのが自然です. 実際, 一般にエントロピー関数を持つ系が, Kawashima condition を満たすときには $u = \bar{u}$ のある Sobolev 空間での小近傍に時間大域解が構成され, 減衰評価も込めて解の $\bar{u}$ への漸近が示されています (Kawashima [13],1987). 論文 [13] では, さらには解の漸近形の次のレベルとして, 解は m 個の各特性場に応じた拡散波の重ね合わせに漸近することが示されています. 拡散波への漸近の議論は, Burgers 方程式に対する Hopf [4](1950) に始まり, 後 Nishida [27](1986), Kawashima [13], Liu [19](1985) 等により系の場合に発展がなされました（単独方程式について, Kato [12](2007) により最善の減衰評価が得られています). では, 一般の $u_\pm$ の場合ですが, 実は波の伝播の様相は双曲型方程式系部分の解, それも次の Riemann 問題と呼ばれる初期値問題の弱解 (Riemann 解) により特徴付けられるのです：

$$
(7) \qquad \begin{cases} u_t + f(u)_x = 0 \quad (x \in \mathbf{R},\ t > 0), \\ u(0,x) = \begin{cases} u_-, & x < 0, \\ u_+, & x > 0. \end{cases} \end{cases}
$$

この問題は Riemann が 1860 年の論文 [29] において, 気体中を伝播する非線形音響波の考察 (系 (3) で $\mu = 0$ とした 2×2 の Euler 方程式系を考察) のために提唱したもので, 解のミクロ的およびマクロ的構造に深く関わる基本的な問題です. Riemann はこの論文中で, 後に Lax [18](1957) で大きく発展する保存則系の数学理論における多くの基礎的概念を導入しています. Lax は論文 [18] の中で, 保存則系が前述の条件を満たしているとき, Reimann 問題は基本的な単純波として, 真に非線形の特性場に対応しては "衝撃波" または "希薄波" を持ち, 線形に退化した特性場に対応しては "接触不連続波" を持つことを示し, さらには一般の Riemann データに対しては, いわゆる "Lax の衝撃波条件" (真に非線形である場においての不連続面は対応する左右の特性曲線がぶつかり合うときのみ起こるとする条件) の下, $|u_+ - u_-|$ が小であれば Riemann 解は m 個の各特性場に応じた単純波の重ね合わせで一意的に構成されることを示しました. 衝撃波は波が圧縮されて不連続面が定速度で進行する波で, 希薄波は波が引き伸ばされ生じる波, 接触不連続波は不連続面が周辺ごと定速度で進行する波です. 単独で真に非線形な粘性保存則について, この Riemann 解と対応する粘性保存則の解の漸近挙動との関係を本格的に論じた最初の論文が Il'in-Oleinik [10](1960) です. この中で彼らは粘性保存

則の解は, Riemann 解が希薄波のときは, 粘性効果があまり働かずこの希薄波自体に, Riemann 解が衝撃波のときは, 粘性効果により衝撃波が平滑化された進行波（これを粘性衝撃波という) に漸近して行くことを最大値原理を用い示しました. この事と, 系の場合の各単純波は異なる特性速度で伝播し互いに離れて行くことから, 系の場合でも Riemann 解の構造に応じて, 粘性保存則系の解の漸近形は希薄波, 粘性衝撃波, 粘性接触波（接触不連続波が粘性効果で緩和されたもの）の重ね合わせとなることが予想されるのです. これらの波の漸近安定性については, 系の場合への最大値原理の適用が困難なことから, 長い間未解決問題でしたが, Nishihara-M [24](1985), [25](1986), Goodman [3](1986) の論文を切っ掛けに, エネルギー法を用いて単一の衝撃波や希薄波の近傍での取り扱いが条件付ながら可能となり, 以後多くの結果が得られることとなりました. 講演では理想気体モデル (1) の初期値問題についての最近までの発展を簡単に紹介した後, その証明の主たる手法である重み付きエネルギー法を最近の粘性接触波や粘性衝撃波の漸近安定性の議論を例に紹介したいと思います.

4. これまでの発展の概要

粘性と熱伝導を考慮した理想気体モデル (1) の初期値問題に対する最近までの結果を簡単に纏めます. 天下りですが, 初期値問題では, Euler 座標系で記述された系 (1) は質量 Lagrange 座標系を用いると, $v = 1/\rho$ を比体積として, 次の系と同等となることが知られていますので, ここではこちらを使わせて貰います：

$$
(8)\qquad \begin{cases} v_t - w_x = 0, \\ w_t + p_x = \mu(\frac{w_x}{v})_x, & (x \in \mathbf{R}^1,\ t > 0). \\ (e + \frac{w^2}{2})_t + (pw)_x = (\kappa\frac{\theta_x}{v} + \mu\frac{ww_x}{v})_x, \end{cases}
$$

ここに, p と e についての状態方程式は

$$
p = \frac{R\theta}{v}, \quad e = \frac{R}{\gamma - 1}\theta
$$

となります. 方程式系 (8) を初期条件

$$
(9)\qquad (v, w, \theta)(x, 0) = (v_0, w_0, \theta_0)(x) \quad (x \in \mathbf{R}),
$$

および, 空間遠方での条件

$$
(10)\qquad \lim_{x \to \pm\infty} (v, w, \theta)(t, x) = (v_\pm, w_\pm, \theta_\pm) \quad (t > 0)
$$

の下に考察することとなります. ここに, $v_\pm\,(> 0), w_\pm, \theta_\pm\,(> 0)$ は与えられた定数で, 初期値は適合性条件

$$
\lim_{x \to \pm\infty} (v_0, w_0, \theta_0)(x) = (v_\pm, w_\pm, \theta_\pm),
$$

および

$$
\inf_{x \in R^1} v_0(x) > 0, \quad \inf_{x \in R^1} \theta_0(x) > 0
$$

を満たすとします．このとき, 対応する Riemann 問題は次で与えられます：

$$(11)\qquad \begin{cases} v_t - w_x = 0, \\ w_t + p_x = 0, \\ (e + \frac{w^2}{2})_t + (pw)_x = 0, \qquad (x \in \mathbf{R}, t > 0), \\ (v, w, \theta)(x, 0) = (v_0^R, w_0^R, \theta_0^R)(x) := \begin{cases} (v_-, w_-, \theta_-), \ x < 0, \\ (v_+, w_+, \theta_+), \ x > 0. \end{cases} \end{cases}$$

Riemann 問題 (11) における保存則系は, 正の v と θ に対し, 3 個の相異なる固有値（特性速度）

$$\lambda_1 = -\sqrt{\gamma p/v} < 0, \quad \lambda_2 = 0, \quad \lambda_3 = -\lambda_1 > 0$$

を持ち, 第 1 特性場と第 3 特性場は真に非線形であり, 第 2 特性場は線形退化していることが分かります．このことから, Riemann 解は第 1，第 3 特性場の希薄波または衝撃波と第 2 特性場の接触不連続波の 18 通りの組み合わせとして与えられます．以下簡単のために, $z = (v, w, \theta), z_\pm = (v_\pm, w_\pm, \theta_\pm)$ と略記し, また左方の定数状態 z_- を任意に与えたとき, 右方の定数状態 z_+ は z_- の $\mathbf{R}^3$ での適当な小近傍にあるとします (小振幅の波を考察するということ).

1) Riemann 解が, 第 i 特性場 $(i = 1, 3)$ に対応した単一の希薄波 $z_i^r(x/t)$ で構成される場合, Kawashima-Nishihara-M [16] (1986) において, この希薄波の小近傍に初期値問題 (8)-(10) の時間大域解が存在し, 時間と共にこの双曲型部分の波である希薄波 $z_i^r(x/t)$ に漸近することが示されています．Riemann 解が二つの希薄波 $z_1^r(x/t)$ と $z_3^r(x/t)$ で構成される場合も, 同様に取り扱うことが可能で, この場合, 時間大域解は二つの希薄波の線形結合 $z_1^r(x/t) + z_3^r(x/t) - z_m$ に漸近することが示されます．ここに, z_m は $z_\pm$ から一意的に決まる中継的な定数状態であり, $z_1^r(x/t)$ が z_- を z_m に繋ぎ, $z_3^r(x/t)$ が z_m を z_+ に繋ぐものです．何れの場合も, 証明は希薄波の単調性を利用したエネルギー法でなされます.

2) Riemann 解が, 線形退化した第 2 特性場に対応した単一の接触不連続波で構成される場合は, Huang-Shi-M [40](2004) において, 方程式系 (8) を高レベルで近似する "粘性接触波" $z_2^{vc}(x/\sqrt{t})$ が提案され, Huang-Xin-M [7](2006) において，この粘性接触波の小近傍において, 積分平均が零の初期擾乱に対し初期値問題 (8)-(10) の時間大域解が存在し, 時間と共にこの粘性接触波 $z_2^{vc}(x/\sqrt{t})$ に漸近することが示されています．証明は, 初期擾乱の積分平均零を用い, 一度積分した系を考え, これにエネルギー法を工夫してなされます．その後, Huang-Xin-Yang [8](2008) で, 初期擾乱の積分平均零を仮定しない場合への拡張がなされています. ここでは, 積分した系に問題を持ち込むために, 第 1 及び第 3 特性場に対応した拡散波も利用しています．さらに最近 Huang-Li-M [5](2010) において, 積分した系を用いないですむエネルギー法が工夫され, これまでの証明を簡単にするばかりでなく, Riemann 解が接触不連続解と希薄波で構成される場合の取り扱いが可能となりました．講演ではここでの証明のポイントを説明したいと思います.

3) Riemann 解が, 第 i 特性場 ($i = 1,3$) に対応した単一の衝撃波 $z_i^s(x-s_it)$ (s_i: 衝撃波速度, $s_1 < 0 < s_3$) で構成される場合は, これに対応して方程式系 (8) は z_- を z_+ に繋ぐ "粘性衝撃波" と呼ばれる進行波 $z_i^{vs}(x-s_it)$ を持ち, またこの進行波は空間方向のシフトに関して自由度を持つことが知られています. このとき, この粘性衝撃波の小近傍に, 初期値問題 (8)-(10) の時間大域解が存在し, 解はある α_i だけ空間シフトした粘性衝撃波 $z_i^{vs}(x-s_it+\alpha_i)$ に漸近することが予想されます. この漸近性は, Kawashima-M [14](1985) により, 積分平均零の初期擾乱に対し示されました (シフト $\alpha_i = 0$ の場合に対応). 2×2 の Barotiropic モデル (3) について対応する結果が Nishihara-M [24] により初めて示されて直ぐのことです. 証明は, 初期擾乱の積分平均ゼロを用い, 問題を一度積分した系に付いての問題に再定式化した後, 粘性衝撃波の単調性を利用したエネルギー法を工夫することで与えられます. 一般の積分平均零を仮定しない場合には, シフト α_i を決めることが難しい問題となるのですが, Liu [19](1985) は, 第 i 番目以外の特性場に対応する "拡散波" (真に非線形な場では Burgers 方程式, 線形退化な場では熱方程式の自己相似解を用いる）を定義し, 初期擾乱から一意にシフト α_i と各拡散波の強度を決める規範を提唱しました. Liu の議論を発展させ, Szepessy-Xin [28](1993) は, 粘性項を人工粘性項 εu_{xx} に置き換えた系に対して, 積分平均零を仮定しない一般の小初期擾乱に対する漸近安定性を示しました. しかしながら, 系 (8) のような退化した物理的粘性項に対しては, Liu [20],[21] での近似的基本解による詳細な各点評価を用いた手法や, Zumbrun [30],[31] などによる一般論 (Evans 関数を用いた線形化方程式のスペクトル解析とエネルギー法の組み合わせ) からの壮大な試みに拘わらず, 未だに明快なものとはなっていません. 2×2 の Barotiropic モデル (3) については Mascia-Zumbrun [22](2004) により，小振幅の粘性衝撃波の漸近安定性が示され，さらに大振幅の粘性衝撃波の漸近安定性についても最近進展がありました. これについては後でまた触れます.

3.2. Riemann 解が, 衝撃波と希薄波とで構成されている場合は, 2×2 の Barotiropic モデル (3) についてさえ, 全くの未解決な問題です. 粘性衝撃波と希薄波の扱いの手法が違うことと, 伝播速度が違うとは言え両者の相互作用が他の場合より強いことが問題を困難なものにしています. 軌道安定性の議論も視野に入れた新たな手法が必要と思われます.

3.3. Riemann 解が, 二つの衝撃波 $z_1^s(x-s_1t)$ と $z_3^s(x-s_3t)$ で構成される場合も最近まで未解決の問題の一つでした. この場合解は, 対応する二つの粘性衝撃波の線形結合

$$z_{\alpha_1,\alpha_3}(x,t) := z_1^{vs}(x-s_1t+\alpha_1) + z_3^{vs}(x-s_3t+\alpha_3) - z_m$$

に漸近することが予想されます. ここに, α_1 と α_3 はそれぞれの粘性衝撃波のシフトを表します. また z_m は $z_\pm$ から一意に決まる中継的な定数状態で, $z_1^s(x-s_1t)$ が z_- を z_m に, $z_3^s(x-s_3t)$ が z_m を z_+ に繋ぎます. この問題については，Huang-M [6](2009) により $z_{0,0}(x,0)$ の小近傍に初期値問題 (8)-(10) の時間大域解が存在する

と共に, 初期擾乱からシフト α_1, α_3 が一意に決まり, 解は $z_{\alpha_1,\alpha_3}(x,t)$ に漸近することが示されました. 証明は, 定数状態 z_m の周りでの第 2 特性場に対応する線形退化な拡散波を系 (8) 固有の構造を上手く利用して構成し, 上でも述べた Liu [19] によるシフト α_1, α_3 と拡散波の強度の決まり方の議論と Kawashima-M [14] のエネルギー法の議論を組み合わせてなされます. 次の問題として, これに上述した粘性接触波についての新たなエネルギー法を組み合わせることで, Riemann 解が接触不連続波と二つの衝撃波で構成される場合も解決が期待され, 現在研究が進行中ですが, 未だ解決にはいたっていません. また, Riemann 解が接触不連続解と一つだけの衝撃波で構成される場合も, 残りの特性場に対応する非線形拡散波の性質が上記の線形退化拡散波より性質が悪いことから, 同じ手法が使えず未解決な問題となっています.

5. エネルギー法

講演では, まず前節で紹介した結果の中から, 理想気体モデル (8) に対する単一の粘性接触波の漸近安定性の証明の概略を [5] での議論に従って簡単に紹介します. 最初に粘性接触波として方程式系の精度の高い近似解をある準線形熱方程式に対する自己相似解を用いて構成し, この近似解からのずれを新たな未知関数として初期値問題を再定式化します. 次に, この再定式化された問題に対して, 局所解の適切性の議論とアプリオリ評価を組み合わせて適当な Sobolev 空間での小初期値に対する時間大域解を構成すると共に解の零への漸近性を示します. アプリオリ評価のためにはいわゆる L^2- エネルギー法を用いますが, 物理的な全エネルギーの凸性を利用したエネルギー形式を工夫することや積分因子としての重み関数を漸近形の粘性衝撃波自身の関数として工夫する独自の重み付き L^2- エネルギー法を用います. 特に, これまで粘性衝撃波の場合の解析を困難としていた項の評価のために [5] で新たに用いられた重み付き評価（気づきさえすれば, とても簡単なもの）を紹介します.

次に, これも前節で触れた 2×2 の Barotropic モデル (3) に対する粘性衝撃波についての最近の話を紹介します. この漸近安定性は, Nishihara-M [24](1985) により, 積分平均零の小初期擾乱に対し示され, その後, 一般の小初期擾乱については多くの試みがなされ, Mascia-Zumbrun [22](2004) や Liu-Zeng [21](2009) でその解決が宣言されています. また, これらの研究過程において, Zumbrun のグループは平均零の小初期擾乱の場合の漸近安定性があれば, 線形化方程式のスペクトル安定性（線形化方程式系の固有値問題において, 原点以外に実部が非負な固有値をもたないこと）が従い, そして一般の小初期擾乱に対しての漸近安定性が従うことを示しています. しかしながら, それら多くの結果においては, [24] での等温度モデル ($\gamma = 1$) の場合を除き, 粘性衝撃波の振幅は適当に小さいことが仮定されており, 大振幅の粘性衝撃波の漸近安定性の問題は物理的にも重要でありながら殆ど結果がありませんでした. 最近, Barker-Humpherys-Laffite-Rudd-Zumbrun [1] や Humpherys-Laffite-Zumbrun [9] において, 十分に大きな振幅の粘性衝撃波はスペクトル安定であり, したがって漸近安定であることが示めされました.

さらに，彼らは数値計算を行い，任意振幅の粘性衝撃波も漸近安定であることを予想しています．この問題自体は現在も未解決のままですが，Wang-M [26] において，希薄気体力学での Chapman-Enskog 展開理論に従って (Chapman-Cowling [2], Kawashima-Matsumura-Nishida [15] 参照)，粘性係数が絶対温度に依存する場合（等エントロピーなら陰に密度に依存する）には，任意の大振幅粘性衝撃波も積分平均零の小初期擾乱に対し漸近安定であることが示されました（従って，Zumbrun 理論から一般小初期擾乱についても漸近安定）．ここでの証明手法は，Mei-M [23] や Hashimoto-M [41] で用いられたもので，これまでの重み付き L^2– エネルギー法をもう一段進め，適当な未知関数の変換を行った後に重み付き L^2– エネルギー評価を行うもので，重み関数のみならず未知関数の変換も粘性衝撃波自体を変数とする関数を工夫するものです．講演では，この２段構えの重み付き L^2– エネルギー法を紹介したいと思っています.

6. 終わりに

講演では時間の関係から，半空間上の初期値境界値問題を取り上げることはできませんでした．この場合，解の長時間挙動は，境界上での条件と遠方での状態に依存し，これまで以上に多彩になることが知られています．実際, 粘性の効果と境界条件との相互作用で形成される境界層解と呼ばれる定常解が現れることがあり，解の漸近挙動は，粘性衝撃波や希薄波や粘性接触波ばかりではなく, これらと境界層解の重ね合せに漸近することが一般に起こるのです．だからと言って初期値問題より大変困難な問題になるかと言えば一概にはそうではなく，半空間が故に議論が簡単になることもあり興味は尽きません．これらに関しては, 日本や中国のグループによって最近多くの発展がなされています．参考文献の後半に文献をいくつか上げておきましたので, 興味のある方はご参照ください.

最後にですが，講演の全般にわたる入門書としては, 早稲田大学・西原健二との共著「非線形微分方程式の大域解 — 圧縮性粘性流の数学解析 —」(日本評論社, 2004) を参照して頂ければ幸いです.

References

[1] B. Barker, J. Humpherys, O. Laffite, K. Rudd, K. Zumbrun : Stability of isentropic Navier-Stokes shocks, *Appl. Math. Lett.*, 21 (2008), 742-747.

[2] S. Chapman, T. Cowling : *The mathematical theory of non-uniform gases*, 3rd ed. London, Cambridge University Press (1970).

[3] J. Goodman : Nonlinear asymptotic stability of viscous shock profiles for conservation laws, *Arch. Rat. Mech. Anal.*, 95 (1986), 325-344.

[4] E. Hopf : The partial differential equations $u_t + uu_x = \mu u_{xx}$, *Commun. Pure Appl. Math.*, 3 (1950), 201–230.

[5] F. Huang, J. Li, A. Matsumura : Asymptotic stability of combination of viscous contact wave with rarefaction waves for one-dimensional compressible Navier-Stokes system, *Arch. Rat. Mech. Anal.*, 197 (2010), 89–116.

[6] F. Huang, A. Matsumura : Stability of a composite wave of two viscous shock waves for the full compressible Navier-Stokes equation, *Commun. Math. Phys.*, 289 (2009), 841–861.

[7] F. Huang, A. Matsumura, Z. Xin : Stability of contact discontinuities for the 1-D compressible Navier-Stokes equations, *Arch. Rat. Mech. Anal.*, 179 (2006) 55–77.

[8] F. Huang, T. Yang, Z. Xin : Contact discontinuity with general perturbations for gas motions, *Adv. in Math.*, 219 (2008), 1246–1297.

[9] J. Humpherys, O. Laffite, K. Zumbrun : Stability of isentropic viscous shock profiles in the high-Mach number limit, *Comm. Math. Phys.*, 293 (2010), 1-36.

[10] A. M. Il'in, O. A. Oleinik : Asymptotic behavior of the solutions of Cauchy problem for certain quasilinear equations for large time (Russian), *Mat. Sbornik*, 51 (1960), 191-216.

[11] N. Itaya : A survey on the gereralized Burgers' equation with a pressure model term, *J. Math. Kyoto Univ.*, 16 (1976), 223-240.

[12] M. Kato : Large time behavior of solutions to the generalized Burgers equations, *Osaka J. Math.*, 44 (2007) 923–943.

[13] S. Kawashima : Large-time behavior of solutions to hyperbolic-parabolic systems of conservation laws and applications, *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, Sect.A 106 (1987), 169–194.

[14] S. Kawashima, A. Matsumura : Asymptotic stability of traveling wave solutions of systems for one-dimensional gas motion, *Comm. Math. Phys.*, 101 (1985) 97–127.

[15] S. Kawashima, A. Matsumura, T. Nishida : On the fluid-dynamical approximation to the Boltzmann equation at the level of the Navier-Stokes equation, *Comm. Math. Phys.*, 70 (1979), 97–124.

[16] S. Kawashima, A. Matsumura, K. Nishihara : Asymptotic behavior of solutions for the equations of a viscous heat-conductive gas, *Proc. Japan Acad.*, 62, Ser.A (1986) 249–252.

[17] S. Kawashima, S. Nishibata, M. Nishikawa : L^p energy method for multi-dimensional viscous conservation laws and application to the stability of planar waves, *J. Hyperbolic Differ. Eqn.*, 1 (2004), 581–603.

[18] P. D. Lax : Hyperbolic systems of conservation laws II, *Commun. Pure Appl. Math.*, 10 (1957), 537–566.

[19] T.-P. Liu. : "Nonlinear stability of shock waves for viscous conservation laws", *Mem. Amer. Math. Soc.*, 56, 1985.

[20] —— : Pointwise convergence to shock waves for viscous conservation laws, *Commun. Pure Appl. Math.*, 50 (1997), 1113–1182.

[21] T.-P. Liu, Y. Zeng : Time-asymptotic behavior of wave propagation around a viscous shock profile, *Comm. Math. Phys.*, **290** (2009), 23–82.

[22] C. Mascia, K. Zumbrun. : Stability of small-amplitude shock profiles of symmetric hyperbolic-parabolic systems, *Comm. Pure Appl. Math.*, 57 (2004) 841–876.

[23] A. Matsumura, M. Mei : Nonlinear stability of viscous shock profile for a non-convex system of viscoelasticity, *Osaka J. Math.*, 34 (1997), 589–603.

[24] A. Matsumura, K. Nishihara : On the stability of traveling wave solutions of a one-dimensional model system for compressible viscous gas, *Jpn. J. Appl. Math.*, 2 (1985), 17–25.

[25] —— : Asymptotics toward the rarefaction waves of the solutions of a one-dimensional model system for compressible viscous gas, *Jpn. J. Appl. Math.*, 3 (1986), 1–13.

[26] A. Matsumura, Y. Wang : Asymptotic stability of viscous shock wave for a one-dimensional isentropic model of viscous gas with density dependent viscosity, *Meth. Appl. Anal.*, to appear.

[27] T. Nishida : Equations of motion of compressible viscous fluids, in "Pattern and Waves" edited by Nishida, T., Mimura, M., Fujii, H., Amsterdam, Tokyo: Kinokuniya/North-Holland, 1986, 97-128

[28] A. Szepessy, Z. Xin. : Nonlinear stability of viscous shock waves, *Arch. Rational Mech. Anal.*, 122 (1993) 53–103.

[29] B. Riemann : Ueber die Fortpflanzung ebener Luftwellen von endlicher Schwingungsweite (1860), in "Bernhard Riemann Collected Papers", Edited by R. Narasimhan, Springer-Verlag, 1990.

[30] K. Zumbrun : Multidimensional stability of planar viscous shock waves, in "Advances in the theory of shock waves", 307–516, Progr. Nonlinear Differential Equations Appl., 47, Birkha"user Boston, Boston, MA, 2001.

[31] —— : Stability of large-amplitude shock waves of compressible Navier-Stokes equations, in "Handbook of Mathematical Fluid Dynamics, III", Edited by S.J. Friedlander, D. Serre, Elsevier, 2004.

半空間上の初期値境界値問題に関する文献 (出版年順)

[32] T.-P. Liu, K. Nishihara : Asymptotic behavior for scalar viscous conservation laws with boundary effect, *J. Differential Equations*, 133 (1997), 296–320.

[33] T.-P. Liu, A. Matsumura, K. Nishihara : Behaviors of solutions for the Burgers equation with boundary corresponding to rarefaction waves, *SIAM J. Math. Anal.*, 29 (1998), 293–308.

[34] A. Matsumura, M. Mei : Convergence to traveling fronts of solutions of the p-system with viscosity in the presence of a boundary, *Arch. Rational Mech. Anal.*, 146 (1999) 1–22.

[35] A. Matsumura, K. Nishihara : Global asymptotics toward the rarefaction wave for solutions of viscous p-system with boundary effect, *Quart. Appl. Math.*, 58 (2000) 69–83.

[36] A. Matsumura : Inflow and outflow problems in the half space for a one-dimensional isentropic model system of compressible viscous gas, *Methods Appl. Anal.*, 8 (2001), 645–666.

[37] A. Matsumura, K. Nishihara : Large-time behaviors of solutions to an inflow problem in the half space for a one-dimensional system of compressible gas, *Comm. Math. Phys.*, 222 (2001), 449-474.

[38] F. Huang, A. Matsumura and X. Shi : Viscous shock wave and boundary layer solution to an inflow problem for compressible viscous gas, *Comm. Math. Phys*, 239 (2003), 261–285.

[39] S. Kawashima, S. Nishibata, P. Zhu : Asymptotic stability of the stationary solution to the compressible Navier-Stokes equations in the half space, *Comm. Math. Phys.*, 240 (2003), 483–500.

[40] F.Huang, A.Matsumura, X.Shi : On the stability of contact discontinuity for compressible Navier-Stokes equations with free boundary, *Osaka J. Math.*, 41 (2004), 193–210.

[41] I. Hashimoto, A. Matsumura: Large-time behavior of solutions to an initial-boundary value problem on the half line for scalar viscous conservation law, *Meth. Appl. Anal.*, 14 (2007), 45–59.

[42] T. Nakamura, S. Nishibata, T. Yuge: Convergence rates toward the stationary solution for the compressible Navier–Stokes equation in half space, *Journal of Differential Equations*, 241 (2007), 94–111.

[43] I. Hashimoto, Y. Ueda, S. Kawashima: Convergence rate to the nonlinear waves for viscous conservation laws on the half line, *Methods Appl. Anal.*, 16 (2009), 389–402.

[44] S. Kawashima, P. Zhu: Asymptotic stability of rarefaction wave for the Navier-Stokes equations for a compressible fluid in the half space. *Arch. Ration. Mech. Anal.*, 194 (2009), 105–132.

[45] X. Qin, Y. Wang: Stability of wave patterns to the inflow problem of full compressible Navier-Stokes equations, *SIAM J. Math. Anal.*, 41 (2009), 2057–2087.

[46] T. Nakamura, S. Nishibata, S. Kawashima, P. Zhu: Stationary waves to viscous heat-conductive gases in half space: existence, stability and convergence rate, *Math. Models and Methods Appl. Sci.*, 20 (2010) 2201–2235.

[47] T. Nakamura, S. Nishibata: Stationary waves to viscous heat-conductive gas in half space with inflow boundary condition, *Journal of Hyperbolic Differential Equations*, to appear.