

応用系数学基礎教育の課題 —国際化と質保証の観点から—

金沢工業大学数理工教育研究センター
藤本一郎

2014日本数学会年会
教育委員会主催シンポジウム
学習院大学 3/15/2014

1. 物語の始まりへ・・・

社会のグローバル化と大学のユニバーサル化に対応するために学士課程教育システムの再構築の必要性

中央教育審議会 → 文科省 → 日本学術会議

答申

H20/5 審議依頼

「大学教育の分野別質保証のあり方に関する審議」依頼の中で
中教審答申〈改革の方策〉を引用

・・・各分野の到達目標の設定、コアカリキュラムやモデル教材の開発を促進する。併せて、海外の先導的な事例に関する情報を収集し広く提供する。(別紙原文) ⇒ 科研費プロジェクト

20文科高第155号

平成20年5月22日

日本学術会議

会長 金澤 一郎 謹

文部科学省高等教育局長

清水



大学教育の分野別質保証の在り方に関する審議について（依頼）

大学教育については、その振興に向けて、各分野の教育の質を保証する枠組みづくりが重要な課題になっております。これに関しては、かねて文部科学省の中央教育審議会答申等の中で指摘され、学協会や大学団体に於ける主体的な取組が期待されてきたところです。

このたび、中央教育審議会では、学士課程教育に関する審議をとりまとめ、その「学習成果」に関する参考指針として「学士力」を提示するとともに、将来的な分野別評価の実施を視野に入れて、各分野の到達目標の設定、コア・カリキュラムやモデル教材の開発を促進すること等について提言を行っております（別紙参照）。今後、これを踏まえて各分野における検討が積極的に行われていくことが望まれます。

つきましては、学協会等における主体的な取組を促進するとともに、大学の自己点検・評価又は第三者評価等の評価活動の充実を図る観点から、学術に関する各分野の有識者で構成されている貴会議において、学位の水準の維持・向上など大学教育の分野別質保証の在り方について御審議の上、有意味な御意見を頂戴いたしたく、御依頼申し上げます。

なお、審議に際しましては、中央教育審議会の答申等に御留意いただき、当該審議会との適切な連携協力を求められるよう、お願いいたします。

工学系数学基礎教育研究会における活動

- H17/3 工学部所属数学教員の組織として発足
年2回の会合(現在95大学169名)
- H21/2 「大学初年次における数学教育の現状と改善について」
アンケート調査
- H22/8 「工学系数学教員所属形態・意識」アンケート調査
- H24/2 「工学系数学基礎教育の現状と改善」に関する調査
(会員, 工学専門教員, 理学部数学教員)
- H24/9 日本数学会理事長宛要望書を提出
- H24/10 科研費プロジェクト「Calculus教科書編集委員会」発足
- H25/2 日本数学会理事長よりコアカリキュラム策定依頼
- H25/4 「工学系数学基礎教育標準カリキュラム案」を理事長宛
報告し, 「数学通信」にて公表

2. 世界の数学基礎教育の現状調査(H25/4～)

(1) アメリカ

一般的な工学系学生の数学履修形態の一例(U. Rochester)

1年秋	1年春	2年秋	2年春	3年秋	3年春	4年秋	4年春
Calculus I	Calculus II	Calculus III	Diff. Equ.	Linear Alg.	Prob. & Stat.	Comp. Anal.	Fourie Anal.

講義(50分×3コマ)＋演習(50分×1～2コマ)が標準(Type B)

Calculus I : 関数と極限, 微分法とその応用, 積分法の内容

Calculus II : 積分法の内容と応用, 級数展開, パラメータ表示の微積分

Calculus III : 3次元ベクトル幾何, 偏微分と重積分, ベクトル解析

教科書は J. Stewart, *Calculus Early Transcendentals* が広く使用されている。

数学専攻者向けの「解析学」*Analysis* が3年次に開講されている。

▪ Calculus コースの諸事例

1. MIT (Type A^+)

Single Variable Calculus (1変数微積分, 級数)

Multivariable Calculus (ベクトル幾何, 偏微分・重積分, **ベクトル解析**)

講義3時間(50分×3) + 演習2時間(50分×2)/週

Text: Simmons, Calculus with Analytic Geometry

2. U. C. Berkeley (Type B^+)

Calculus I (1変数微積分)

Calculus II (積分法の続き, 級数, **微分方程式入門**)

Calculus III (**2-3次元ベクトル幾何**, 偏微分と重積分, ベクトル解析)

講義90分×2 + **演習90分×2**/週

Text: J. Stewart, Single[Multi] Variable Calculus for UC Berkeley

3. U. Florida (Type **B**)

Calculus I (1変数微積分)

Calculus II (積分法の続き, 級数, パラメーター表示, 極表示と微積分)

Calculus III (3次元幾何, 偏微分と重積分, ベクトル解析)

講義3時間+演習2時間(Cal.I), 1時間(Cal.II, III)/週

Text: Stewart, Calculus Early Transcendentals

4. U. Oklahoma (Type **C⁻**)

Calculus I (微分法とその応用)

Calculus II (積分法とその応用)

Calculus III (パラメーター表示の微積分, 級数)

Calculus IV (偏微分と重積分, ベクトル解析)

講義3時間+演習1時間/週

Text: Stewart, Calculus Early Transcendentals

(2) 韓国

1. Seoul N.U. (Type A^+)

Diff & Int Calculus I (1変数微積分, 級数)

Diff & Int Calculus II (多変数微積分, ベクトル解析)

講義3時間+演習2時間/週

Text: Stewart, Calculus Early Transcendentals

2. KAIST (Type B)

Calculus (U.S. Calculus I)

Calculus I (U.S. Calculus II)

Calculus II (U.S. Calculus III)

講義3時間+演習2時間/週

Text: Thomas, Calculus

(注) Type A: 2学期で1変数, 多変数(ベクトル解析抜き)の大学が多い

(3) 中国

1. 北京大学 (Type A)

微積分一(1変数微積分)

微積分二(多変数微積分, 級数)

講義4時間+演習2時間/週

教科書: 数学分析(一)(レベルは高い)

2. 清華大学 (Type A)

微積分一(1変数微積分)

微積分二(多変数微積分, 級数)

講義4時間/週

Text: Salas, Etgen, Hille; Calculus

(注) 中国, 台湾, シンガポールでは殆ど Type Aで, ベクトル解析は上級科目に含まれる. ただし, タイ等は Type B で殆どアメリカの大学と同じ. 線形代数は平行で学習する大学が殆ど.

(4) イギリス

1. U. of Edinburgh

Math&Sci for Eng. 1a (基礎数学, 線形代数)

Math&Sci for Eng. 1b (1変数微積分, 級数, 1階微分方程式)

Math&Sci for Eng. 2a (2階微分方程式, ラプラス変換, フーリエ級数)

Math&Sci for Eng. 2b (多変数微積分, ベクトル解析, 偏微分方程式)

講義4時間+演習1時間/週

2. King's College, London (Type A⁺)

Calculus I (1変数微積分, 級数)

Calculus II (多変数微積分, ベクトル解析)

講義3時間+演習1時間/週

Text: Salas, Etgen, Hille; Calculus

(注) Oxford, Cambridge は Calculus を準備コースとして開講.

(5)ドイツ

1. U. of Leipzig (物理学専攻コース)

Mathematics 1 (線形代数, 1変数微積分)

Mathematics 2 (多変数微積分)

Mathematics 3 (ベクトル解析, 微分方程式)

Mathematics M4 (ルベーグ積分, ヒルベルト空間, 微分幾何)

講義4時間+演習2時間/週

2. Jacobs U. Bremen (Type A^+)

Single Variable Calculus (1変数微積分, 級数)

Multivariable Calculus (多変数微積分, ベクトル解析)

Linear Algebra, Fourier analysis, Probability

講義4時間/週

(6) オーストラリア

1. Austrarian N. U. (応用系学生向きコース)

Algebra and Calculus Method (基礎数学＋行列入門)

Mathematics and Applications 1 (1変数微積分＋行列と行列式)

Mathematics and Applications 2 (偏微分・重積分＋固有値問題)

Maths Methods 1 Honors (微分方程式, ベクトル解析)

Maths Methods 2 Honors (偏微分方程式, フーリエ解析, 複素解析)

講義4時間＋演習1時間/週

2. Charles Dawin U.

Intro to Math (基礎数学＋微積分入門)

Mathematics 1a (微分とその応用＋行列と行列式)

Mathematics 1b (積分とその応用, 級数＋線形空間, 固有値問題)

Mathematics 2a (偏微分・重積分, ベクトル解析, 微分方程式,)

Mathematics 2b (複素解析, フーリエ&ラプラス変換, 確率・統計)

講義4時間＋演習2時間/週

(7) 日本

1. 京都大学 (Type A)

微分積分学 A (1変数微積分, 級数)	講義4時間(2コマ)/週
微分積分学 B (多変数微積分)	講義4時間(2コマ)/週
線形代数 A, 線形代数 B	講義2+2時間(1コマ)/週
微分積分学続論 I (ベクトル解析)	講義2時間(1コマ)/週
微分積分学続論 II (微分方程式)	講義2時間(1コマ)/週

2. 典型的な日本の国公立大 (Type D)

微分積分学1 (1変数微積分)	講義2時間(1コマ)/週
微分積分学2 (級数, 偏微分・重積分)	講義2時間(1コマ)/週
線形代数1, 線形代数2	講義2+2時間(1コマ)/週
微分方程式	講義2時間(1コマ)/週
応用解析 (フーリエ解析, ベクトル解析, etc)	講義2時間(1コマ)/週

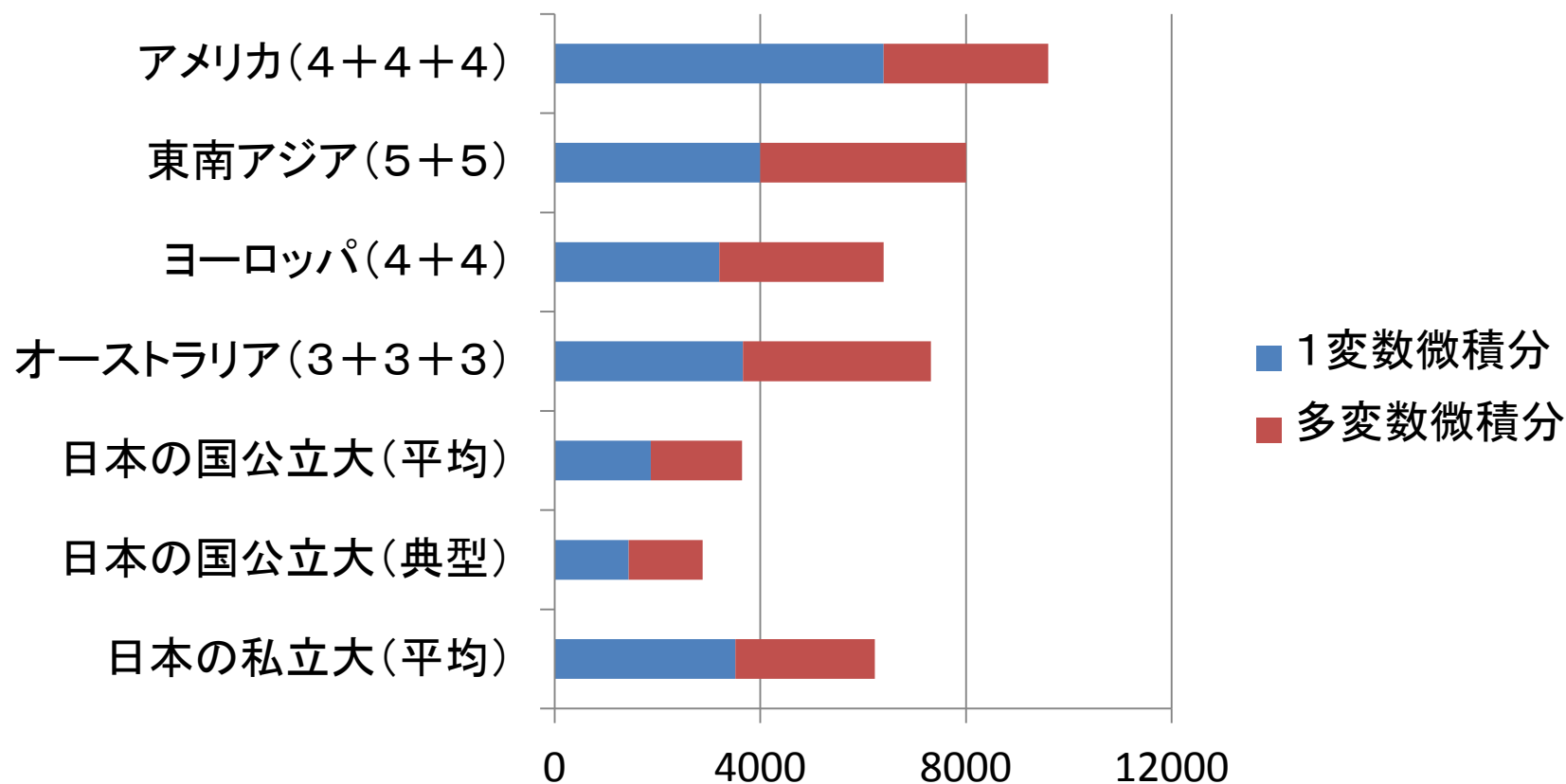
3. 龍谷大学(理工学部数理情報学科) (Type S)

微分積分・演習 I (1変数微分積分)	講義＋演習4時間(2コマ)/週
微分積分・演習 II (多変数微分積分)	講義＋演習4時間(2コマ)/週
物理数学・演習 I (物理への応用)	講義＋演習4時間(2コマ)/週
物理数学・演習 II (微分方程式入門)	講義＋演習4時間(2コマ)/週
線形代数・演習 I & II	講義＋演習4＋4時間(2コマ)/週
ベクトル解析	講義2時間(1コマ)/週

4. 典型的な日本の私立大学 (Type D⁺)

微分積分学1 (1変数微積分, (級数))	講義4時間(2コマ)/週
微分積分学2 (偏微分・重積分)	講義2時間(1コマ)/週
線形代数1, 線形代数2	講義2＋2時間(1コマ)/週
微分方程式	講義2時間(1コマ)/週
応用解析 (フーリエ解析, ベクトル解析, etc)	講義2時間(1コマ)/週

・「微分積分」(講義+演習)の授業時間(分)の比較



(注1) アメリカ以外はベクトル解析が微分積分に含まれず, 上位科目に含まれるケースが多い

(注2) 日本のデータは国公立大16校, 私立大15校の平均

▪ Calculus コースの多様性

韓国 Seoul N. U. の場合, 次の様な Calculus 関連科目が学生の専攻分野に応じて提供されている.

Calculus 1&2 (一般向き)

Diff & Int Calculus 1&2 (理工系向き)

Honor Calculus 1&2 (上級者, 数学専攻向き)

Calculus for Life Science 1&2 (生命科学系向き)

Calculus for Humanities and Social Science (人文社会科学系向き)

Calculus for Business (経済向き)

Engineering Math 1&2 (工学系向き)

Math:The Basics & Appl (一般文系向き)

(注)これらの科目はアメリカの大学では一般的である. 韓国の大学では殆どアメリカの教科書がそのまま使用されている.

3. 応用系学生のための理想的な Standard Calculus コース

(1) 導入部

大学の学習を始めるにあたって、高校で学習した事項も含めて、大学数学の見地から**基本概念**を定義し直し、**基礎概念の理解と演算を確実にすることによってその後の抽象議論に対して自信をもって取り組むことが出来る。**

(2) 展開部

入学生の学力が低下してきた中で、証明や応用を除いたミニマムコンパクトな教科書が多く、学生は受験の後遺症もあって How to 型学習に陥り易い。主要な証明を含めて「何故そうなるのか」をしっかりと説明して理解させ、大学の**論理的思考力**を身につけることが、その後の創造的応用に繋がる。

(3) 応用への導入

Calculus で学ぶ数学は応用と表裏一体のものである。自然現象や社会現象等の豊富な応用例を学び、**専門分野との関連の中で学習すること**で数学への興味、数学を学ぶ楽しさを味わう事が重要。

Calculus コース改善の提案(新しいテキストの使用例)

(1) A コース (上級, 理論志向) Type A

Calculus Ia (1変数微積分)	講義4時間(2コマ)/週
Calculus IIa (級数と多変数微積分)	講義4時間(2コマ)/週
ベクトル解析, 微分方程式	各講義2時間(1コマ)/週

(2) B コース (標準, 応用志向) Type B⁺

Calculus Ib : 基礎の復習, 関数と極限, 微分法とその応用, 積分法	の概念
Calculus IIb : 積分法の続きと応用, 級数展開, 微分方程式とその応用	
Calculus IIIb : 3次元ベクトル幾何, 偏微分と重積分, ベクトル解析	
各科目とも講義4時間(2コマ)/週	

(3) C コース (基礎, 理解重視) Type C

Calculus Ic : 基礎の追加復習, 関数と極限, 微分法とその応用	
Calculus IIc : 積分法とその応用, 級数展開, 微分方程式とその応用	
Calculus IIIc : 2-3次元ベクトル幾何, 偏微分と重積分, (ベクトル解析)	
各科目とも講義4時間(2コマ)/週	

Contents of “Standard Calculus”

Calculus I

Chapter 1 実数と関数

§ 1.1 数と式による表現

§ 1.2 関数とグラフ

§ 1.3 関数の演算

§ 1.4 指数関数と対数関数

§ 1.5 三角関数と逆三角関数

Chapter 2 極限と連続

§ 2.1 関数の極限

§ 2.2 極限の性質

§ 2.3 連続関数とその性質

Chapter 3 微分法 の概念

§ 3.1 微分係数, 導関数

§ 3.2 関数の演算と導関数

§ 3.3 逆関数の導関数

§ 3.4 高次導関数, 陰関数の導関数

Chapter 4 微分法 の応用

§ 4.1 平均値の定理

§ 4.2 グラフへの応用

§ 4.3 最大・最小問題への応用

§ 4.4 近似式

Chapter 5 積分法 の概念

§ 5.1 不定積分

§ 5.2 いろいろな関数の不定積分

§ 5.3 定積分 § 5.4 いろいろな関数の定積分

Calculus II

Chapter 6 いろいろな積分法

§ 6.1 置換積分

§ 6.2 部分積分

§ 6.3 広義積分

Chapter 7 積分法の応用

§ 7.1 面積と体積

§ 7.2 曲線の長さと同転体の表面積

§ 7.3 モーメントと重心

§ 7.4 いろいろな応用

Chapter 8 数列と級数

§ 8.1 数列と級数

§ 8.2 級数の収束判定

§ 8.3 べき級数とテイラー展開

§ 8.4 関数列

Chapter 9 微分方程式入門

§ 9.1 変数分離形

§ 9.2 1階線形微分方程式

§ 9.3 2階同次線形微分方程式

§ 9.4 2階非同次線形微分方程式

§ 9.5 級数を用いた解法

Chapter 10 平面曲線と極座標

§ 10.1 媒介変数表示された平面曲線

§ 10.2 曲線の長さ, 面積, 体積, 表面積

§ 10.3 極座標系

§ 10.4 2次曲線

Calculus III

Chapter 11 空間曲線と曲面

- § 11.1 空間ベクトルの演算
- § 11.2 空間の直線と平面
- § 11.3 3次元ベクトル値関数
- § 11.4 空間曲線の長さ, 曲率
- § 11.5 2次曲面と円柱座標系, 球面座標系

Chapter 12 偏微分

- § 12.1 多変数関数の極限と連続
- § 12.2 偏導関数
- § 12.3 全微分可能性と合成関数の偏微分
- § 12.4 接平面とテイラー展開
- § 12.5 多変数関数の極値
- § 12.6 陰関数の微分法と極値

Chapter 13 重積分

- § 13.1 2重積分
- § 13.2 積分変数変換
- § 13.3 体積, 曲面積, 重心への応用
- § 13.4 3重積分と円柱座標系, 球面座標系

Chapter 14 ベクトル解析

- § 14.1 ベクトル場
- § 14.2 線積分と保存場
- § 14.3 グリーンの定理
- § 14.4 面積分
- § 14.5 発散定理とストークスの定理

応用プロジェクト実例集

付章 (Appendixes)

4. 問題の改善に向けて

(1) 改革を妨げている要因

1. 「教養部の解体」と「大学院重点化政策」による縦割り行政の為に数学基礎教育の**責任部署が不明**. 大学の全数学教員組織(理学部数学科 Department of Mathematics, College of Science) が大学の数学教育に対して責任をもつのが世界の常識. ⇒ **組織の再編と民主化**
2. 特に, 国公立大では教育活動が評価されない為に「**片手間教育**」が横行(某出版関係者の話). (**赤信号、皆で渡れば怖くない!**)
3. 数学教育分野で海外との交流がない為に**ガラパゴス化**が進行.
4. 授業アンケート調査の誤用によって, **安易な教育・成績評価**に流されている.
5. 授業時間数を増やすことに対する**数学者の抵抗**.
6. 大学全体(管理者、教育者、学生)に「**数学の学習には時間がかかる**」という事実の認識に欠ける.

(2) 工学部における数学教育が直面する諸問題

1. アンケートでは工学専門教員の全員が「**現在の数学教育に不満**」と解答。
(基本原理の理解が不十分, トレーニング不足, 現象と共に理解していない, 成績評価が甘い, 非数学専門教員によるノウハウ的な授業, etc)
2. 工学部においては**数学のカリキュラム決定権**や**教員採用権**は工学部上層部にある。
3. 工学部における**数学教育職が工学専門教員によって取って替わられる**事態が進行中(現在約40~50%)。大学数学教育は**数学専門教員によって行われるのが世界の常識**。(外来種に脅かされる絶滅危惧種!)
4. 工学部所属数学教員に**改善に向けた積極性に欠ける**。(実際, 国公立大工学部における数学教育改革の取り組みの殆どが工学部上層部の要請。)
5. 入学生の学力の多様性に対応するために, **数学教育の学内横断的な組織**で当たる必要あり。(理学部数学教員の協力が必要。)

5. 改革を実現するために

1. 授業時間数不足を改善するために**大学数学教員の20%増**が必要。政府・文科省に対して、大学数学教育の重要性の見地から、**数学基礎教育に予算を重点化**し、OD等の若い数学者を雇用するよう提言する。
2. **数学教員組織を再編して数学基礎教育システムの再構築**を図り、数学教員組織の監督責任の下に数学教育を執り行うべく制度化を図る。
3. 日本数学会の純粹数学研究偏重の傾向を改め、数学の成果を社会に還元する橋渡し役としての「**応用数学の拡充**」を図る。
4. 大学院数学専攻課程においては「研究者養成」に加えて、「**大学数学教員養成**」の視点から指導し、TA等の教育経験を積ませる。米国の大学院に倣って、「**応用の学習**」と「**教育経験**」を学位取得の条件に課す。
5. 新しい**標準教科書を多くの大学で採用**し、**モデル試験問題・評価を公表**することで我が国の大学数学教育の質保証を図る。（世界の大学でWEB公開された試験問題を参照）

参照

1. 「大学教育の分野別質保証の在り方に関する審議について(依頼)」
(<http://www.scj.go.jp/ja/member/iinkai/daigaku/pdf/reqst.pdf>)
2. 「工学系数学教員所属形態・意識調査結果報告
—教育改善・組織改編に向けて—」
「数学通信」第15巻第4号, 70-76, 2011/2.
3. 「工学系数学基礎教育の現状と改善に関する調査結果報告
—大学・数学会・行政の果たすべき役割—」
「数学通信」第17巻第2号, 66-88, 2012/8.
4. 「工学系数学基礎教育改善についての現状報告
—新しい Calculus 教科書作成に向けて—」
「数学通信」第18巻第2号, 65-85, 2013/8.
5. 「世界の数学基礎教育現状調査報告」(準備中)

ご静聴有難うございました