

**日常的問題からはじめる数学の授業**  
**～現実場面で数学を用いて思考する力を**  
**身につけることをめざして～**

**大阪府立大学**

**川添 充**

# 文系向け数学科目（H24年度～）

- 文系部局からの要請に応える形で実現。
- 対象：現代システム科学域
  - マネジメント学類、環境システム学類、知識情報システム学類
- 基礎数学I, II（4クラス開講）
  - Iは文系型入試の学類の学生は必修 (2012年度300名)
  - IIはマネジメント学類のみ必修 (2012年度244名)
- 統計学基礎I, II（5クラス開講）
  - 全員必修

# 大学で身につけてほしいこと。

- 数学を用いて説明された内容を理解する力。
- 数学を用いてものごとを説明する力。
- 問題や現象の中の数学的構造を見出し、数学的に考察・分析する力。
- 数学的にものごとを捉えようとする態度。

# 学生の数学に対するイメージ

- 数学は受験科目
- 数学は役に立たない
- 将来使わない(+ - × ÷だけで生きていける)
- 数学は暗記科目
- 数学は無味乾燥(学ぶ内容に親しみがもてない)
- 意味が分からず公式を覚えて計算していただいだけ
- わけが分からないまま進んでいく
- 先生のことばが分からない

# 文系向け数学科目（基礎数学）の授業開発

- 数学者だけでは難しい。
- 数学の内容の専門家（数学者）と、数学の授業のどこが分かりにくいかが分かる専門家（認知心理学者）の共同作業で作成。

# 文系学生の数学に対する苦手意識の要因

- 現実との乖離
- 数学のことばの障壁
- 意味の理解を伴わない手続きの学習

# 現実から乖離した数学からの脱却

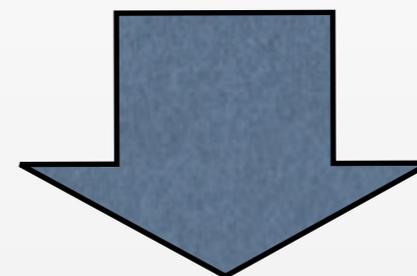
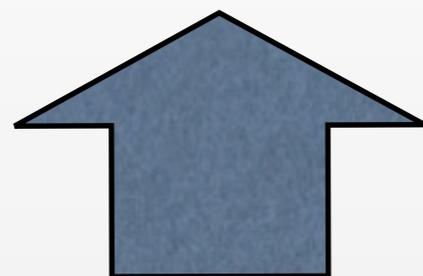
- 日常的・現実的な文脈の中で数学を用いる活動を充実
  - 数学が現実的問題・日常的問題の解決に活用できることを知ることは重要。(数学の有用性の認識)
  - 学習の促進には、実世界での問題の性質を反映した環境での課題の実行や問題解決が大事。(状況に埋め込まれた学習)
  - 現実的問題・日常的問題の解決に数学を活用する力を身につけることは重要。(数学の活用力の育成)

ここから  
スタート!

# 基礎数学I, IIの授業展開

身近な問題  
(具体的)

数学の問題



身近な問題  
を解決

数学的解決

現実世界

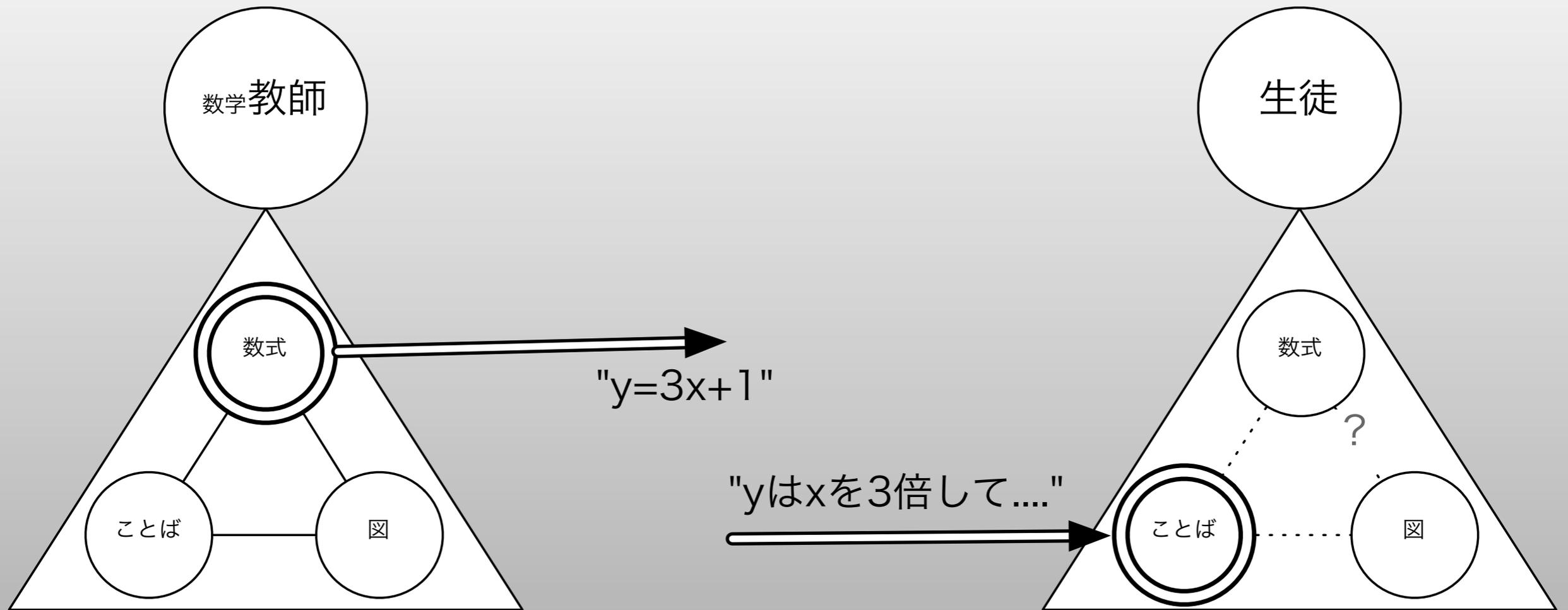
数学

# 題材の選び方

- 学生が自分の問題として捉えられる問題を扱うようにする。
- なるべく現実のデータを使うようにする。
- 異なる文脈で同じ数学的構造をもつ問題を複数扱うようにする。(数学を用いれば文脈の違いを超えて様々な問題を統一的に扱えることを理解させる。)
- 同じ問題・現象を異なる数学でとらえることも重要。

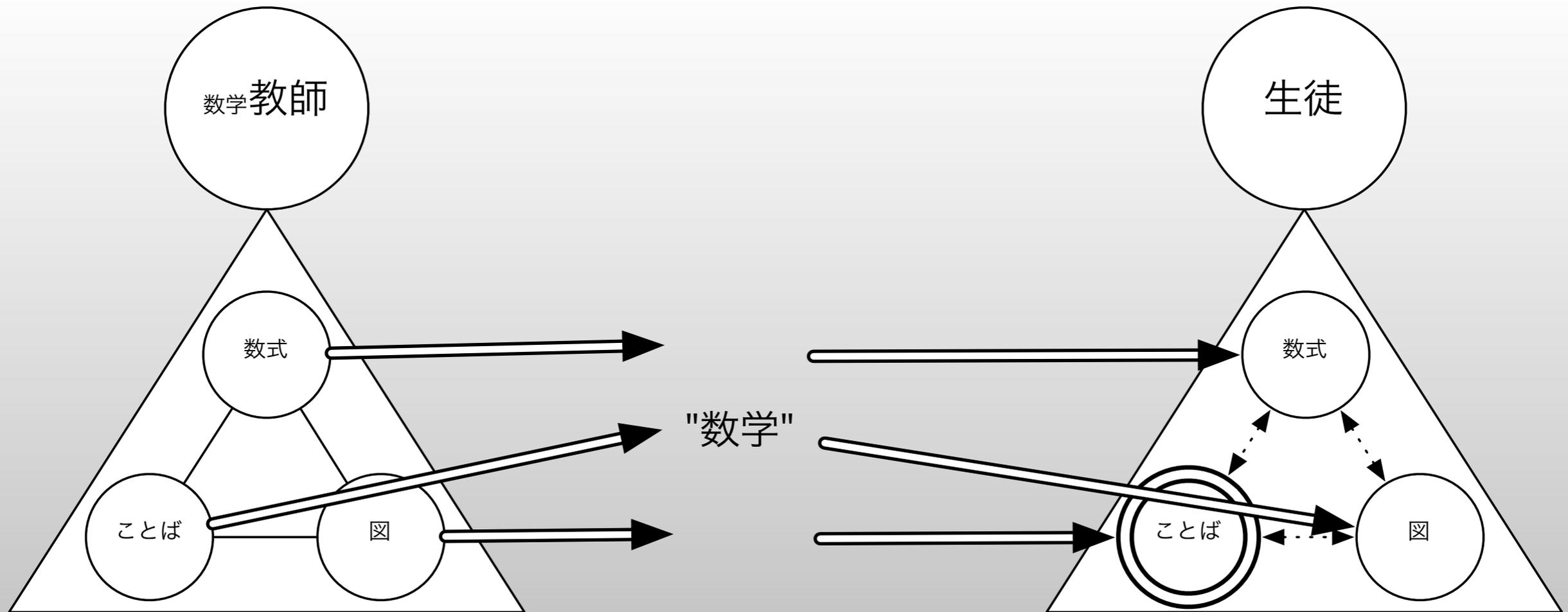
# 数学のことばの障壁

## 教師と生徒の会話モードのずれ



(岡本真彦, 2011)

# 会話モードのずれへの対応



- 教員は3つのモードすべてを使って説明。
- 学生が3つのモード間を結びつけられるような学習活動を取り入れる。

(岡本, 2011)

# 手続き学習からの脱却

- 教員の「ことば」の改善とともに、授業の流れを、数学の論理的構造ではなく、学習者の理解過程に沿ったものにするのが重要。

# 授業の概要と目標

## 基礎数学I,II (各半期1コマ)

数学が実際の場面でどのように役に立ち、また応用されているかの事例を通して、社会科学分野で必要となる数学についての基礎的理解を深めるとともに、社会科学分野で数学を応用できる基礎的な力を養う。

### ● 授業目標

- 現実世界の問題を数学でモデル化して解決していくことを通して、数学で考えることの重要性を理解する。
- 問題解決に用いられる数学の内容に対する理解を深めるとともに、数学的手続きを実行できる基礎的な数学の力を高める。
- 現実世界の問題を数学を用いて解決する力を身につける。
- 現実世界において、数学を活用して思考しようとする態度を養う。

**数学を思考ツールとして用いる力の養成**

# 指導のポイント

- (1) 現実の問題を題材にして親しみを持たせる。
- (2) 学生が理解できる「ことば」で伝える。
- (3) 学生の数学的表現に対するイメージを豊富にするための基礎演習を行う。
- (4) (3)の基礎練習は、(1), (2)で意味を理解した後で行う。
- (5) 演習中心の授業にする。
- (6) 授業の流れは、学生の理解過程に沿ったものにする。
- (7) 手続きの説明に陥らない。数学的手法の意味のわかる指導を。必要以上に背景の数学理論に踏み込まない。
- (8) グループでの活動を取り入れる。

# 教科書

「思考ツールとしての数学」  
川添充，岡本真彦・著

共立出版

川添 充（専門=数学）  
岡本真彦（専門=心理学）

現実的な問題



数学的な解決  
の解説



数学的なまとめ

数学的なことばを既知としない記述

数学的内容としては高校数学から大学初年次程度

工学，物理，化学など理系に特化した応用例は避ける

分野バランスを考えて，経済・経営ネタに偏らないよう配慮

単元	応用例(演習内容)
文字と式	線形計画法
数列	薬の体内残量、複利計算、ローン、現金の時間的価値
行列	表計算、人口移動、社会ネットワーク分析
関数	心的回転、生産関数、感染爆発と対数グラフ
確率	宝くじ、リスク分析、ベイズ推定
行列(続)	格付遷移行列、推移行列(生態系, 経済)、主成分分析
関数(続)	ムーアの法則、電力需要の変動、潮位変動
微分	コブ・ダグラスの生産関数、ニュートンの冷却法則、限界利潤、経済的発注量、ロジスティック曲線
積分	速度変化と走行距離、標準正規分布、偏差値
多変数関数	標準肺活量、住宅ローンの総返済額

# 授業例 (1)

**問題** 1000万円を年利2.4%複利(月利に換算すると0.2%)で借りたとする。月々5万円ずつ元利均等返済で返済していく場合、完全に返済が終わるまで何ヶ月かかるだろうか。また、完済までに支払う金額の総額はいくらになるだろうか。

## グループディスカッション



**予測** 結果を予測する



**演習** 実際にどうなるか調べてみる



**演習** 月々の返済額を変えて調べてみる



**考察** 考察とまとめ

## 授業例（2）

### 学内レンタルサイクルサービス

- 2カ所の駐輪場間で相互乗り捨て可能
- 利用希望調査結果

借りる場所	返す場所	
	中百舌鳥門前	B3棟前
中百舌鳥門前	70%	30%
B3棟前	20%	80%

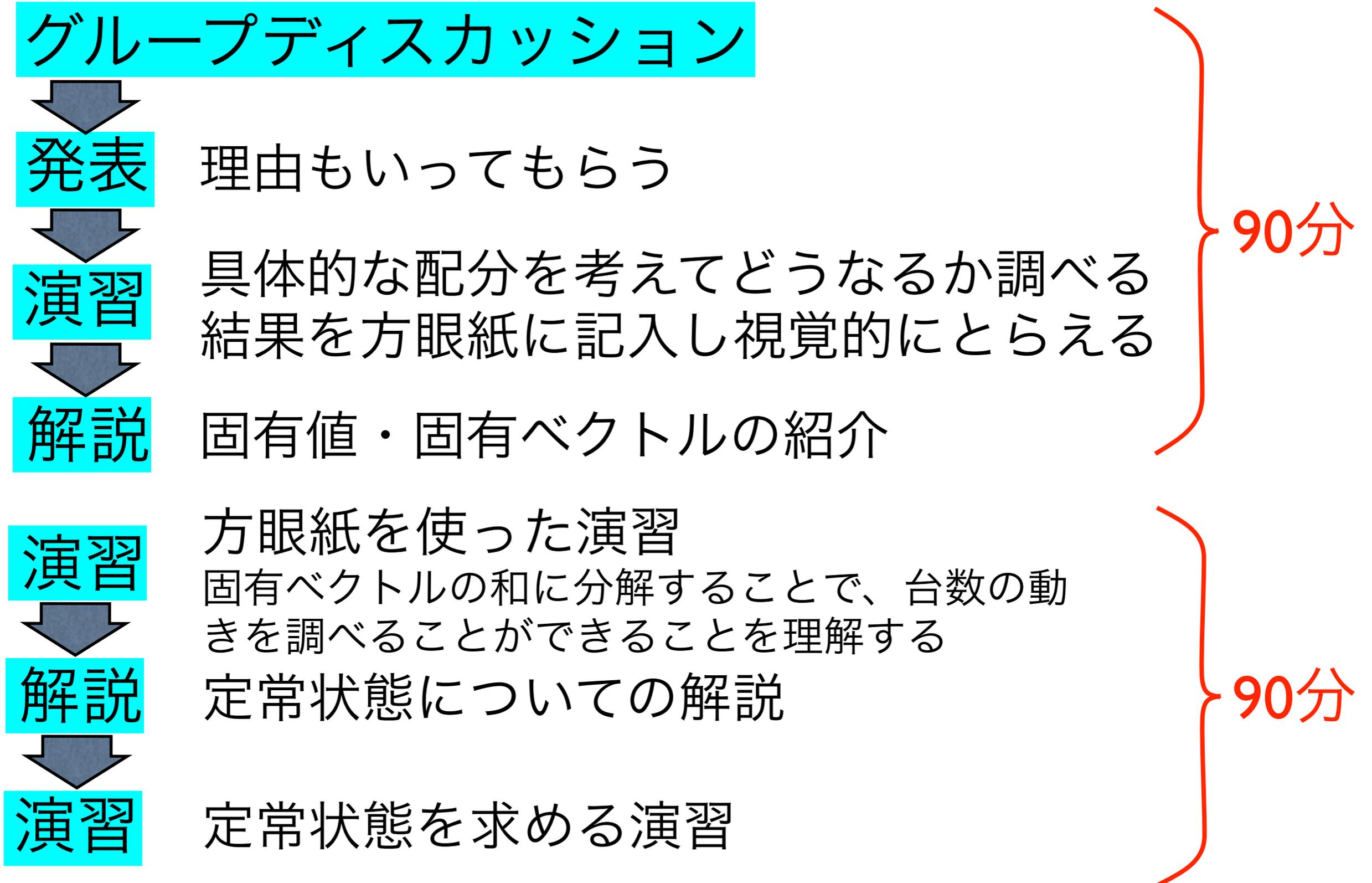
300台の自転車をどう配分したらよいか？

中百舌鳥門に多く

B3棟前に多く

同じくらいに

# 授業例（2）：授業の流れ



# 現実のデータを使う（推移行列）

## オオタカの世代間推移

	比率 (%)
亜成鳥→亜成鳥	33.3
亜成鳥→成鳥	16.7
成鳥→亜成鳥	73.0
成鳥→成鳥	85.7

(青島正和, 2007)

## グリーンアノールの経年生存率

成長段階	生存率 (%)
卵から 1 歳	10.35
1 歳から 2 歳	44.17
2 歳から 3 歳	32.97
3 歳から 4 歳	33.33
4 歳から 5 歳	34.00

(戸田光彦ほか, 2009)

# 現実のデータを使う(対数グラフ)

表: 感染の疑いがある家畜の累積頭数の推移

日	1	2	3	4	5	6
累積頭数	16	202	266	386	386	1111
日	7	8	9	10	11	12
累積頭数	1111	1111	1874	1924	3397	7279
日	13	14	15	16	17	18
累積頭数	8037	8077	27701	34228	46537	63808

(農林水産省「口蹄疫の疫学調査に係る中間取りまとめ」掲載データから作成)

表: 新型インフルエンザの累積感染数の推移(6月1日~6月24日)

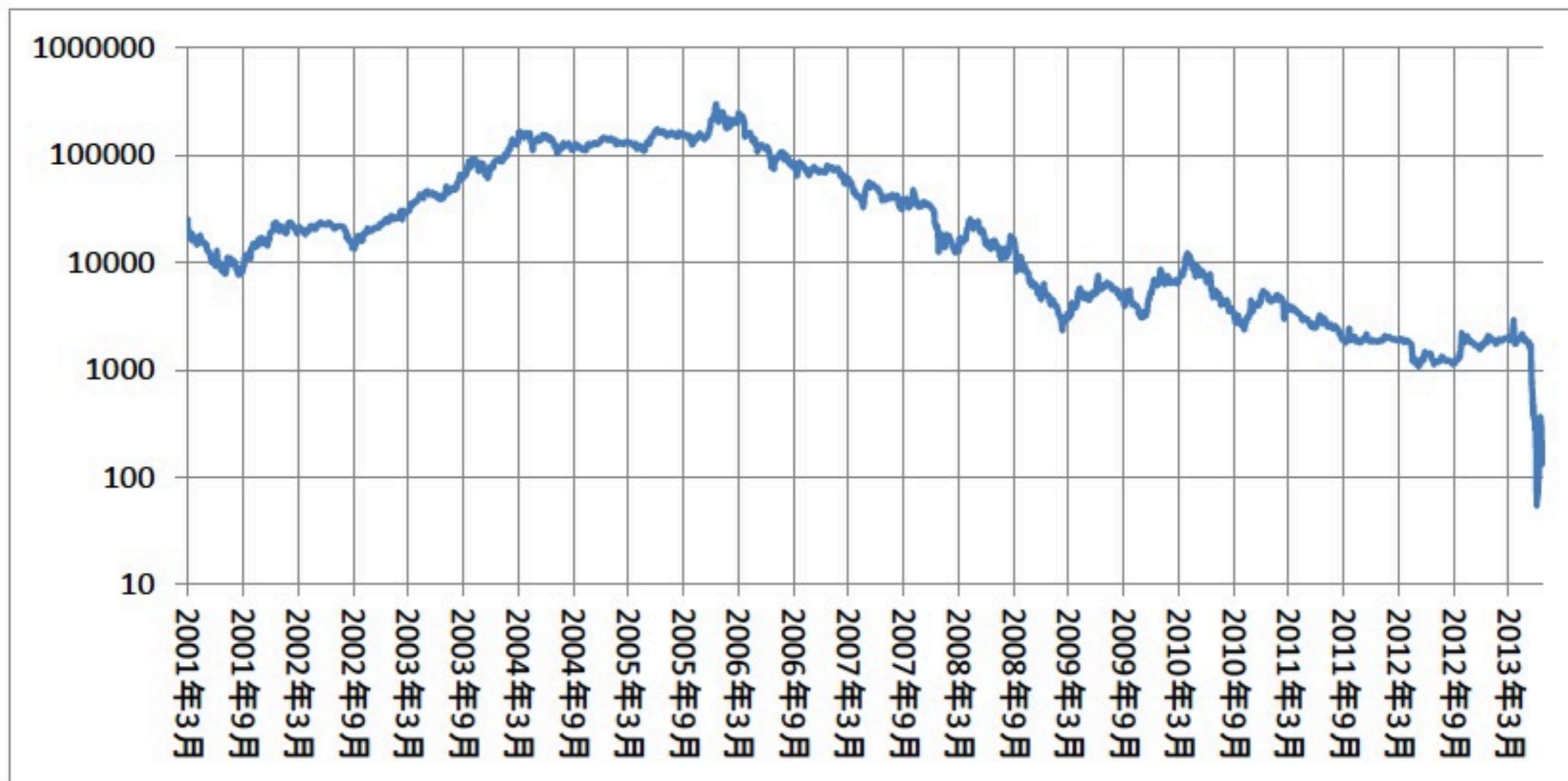
日	1	3	5	8	10	11
累積数	17410	19273	21940	25288	27737	28774
日	12	15	17	19	22	24
累積数	29669	35928	39620	44287	52160	55867

(WHO ホームページ記載のデータから作成)

感染数は指数関数的に増加しているか？

指数関数的増加なら、どんな指数関数になるか？

# 現実のデータを使う(対数グラフ)



JASDAQ市場に上場されているゲーム関連のある企業の株価の推移

2001年3月29日～2013年7月18日(単位：円)

# 現実のデータを使う(三角関数)

表: 1 時間ごとの電力の使用実績 (単位:万 kW, 東京電力ホームページより)  
2010 年 8 月 23 日

時刻	0:00	1:00	2:00	3:00	4:00	5:00	6:00	7:00
実績	3376	3131	2965	2886	2861	2895	3218	3813
時刻	8:00	9:00	10:00	11:00	12:00	13:00	14:00	15:00
実績	4635	5316	5619	5778	5683	5818	5888	5797
時刻	16:00	17:00	18:00	19:00	20:00	21:00	22:00	23:00
実績	5739	5493	5449	5313	5000	4700	4482	4125

2010 年 8 月 24 日

時刻	0:00	1:00	2:00	3:00	4:00	5:00	6:00	7:00
実績	3709	3433	3249	3138	3104	3109	3378	3901
時刻	8:00	9:00	10:00	11:00	12:00	13:00	14:00	15:00
実績	4686	5338	5633	5790	5685	5819	5854	5770
時刻	16:00	17:00	18:00	19:00	20:00	21:00	22:00	23:00
実績	5712	5462	5429	5235	4892	4588	4384	4056

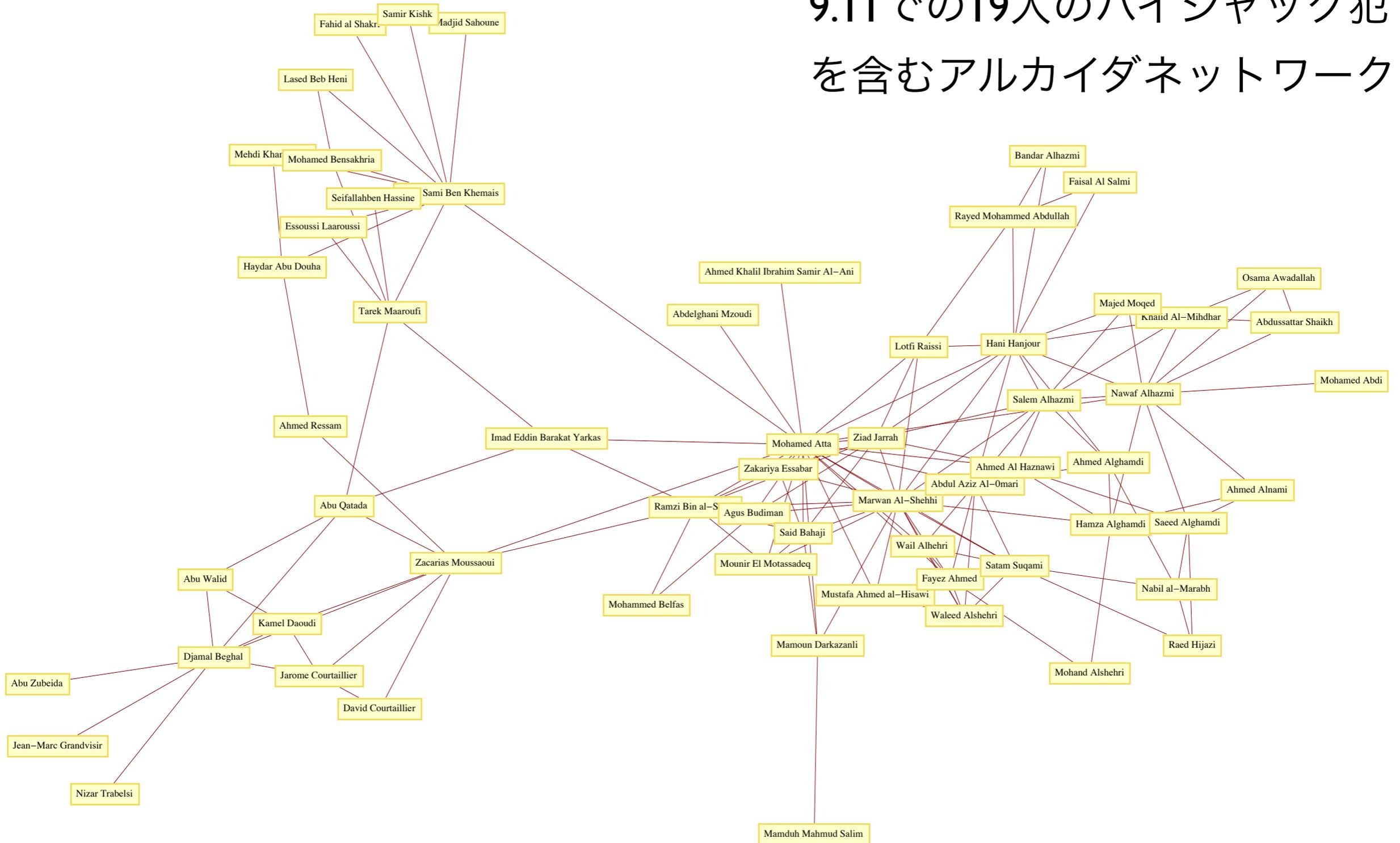
各時刻のデータは, その時刻から 1 時間の間の平均電力需要を表す.

電力需要の増加速度のピークはいつ?

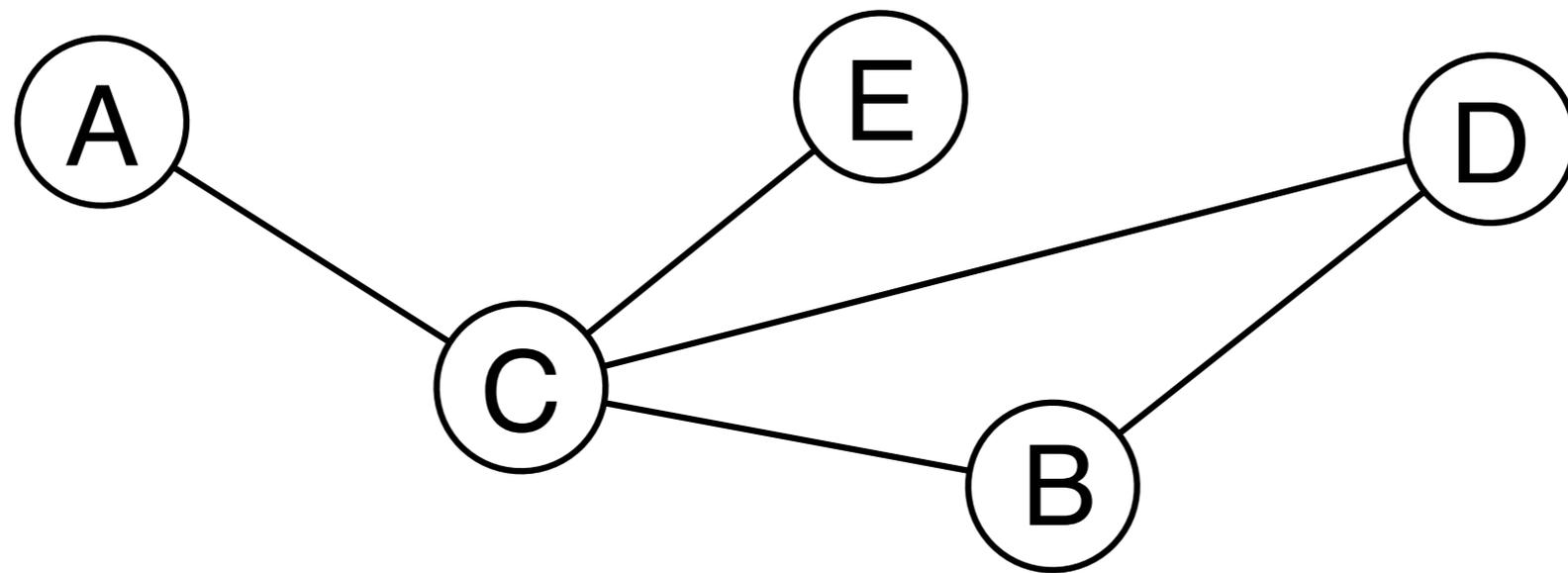
2日間の電力需要の総計は?

# 社会ネットワーク分析

9.11での19人のハイジャック犯を含むアルカイダネットワーク



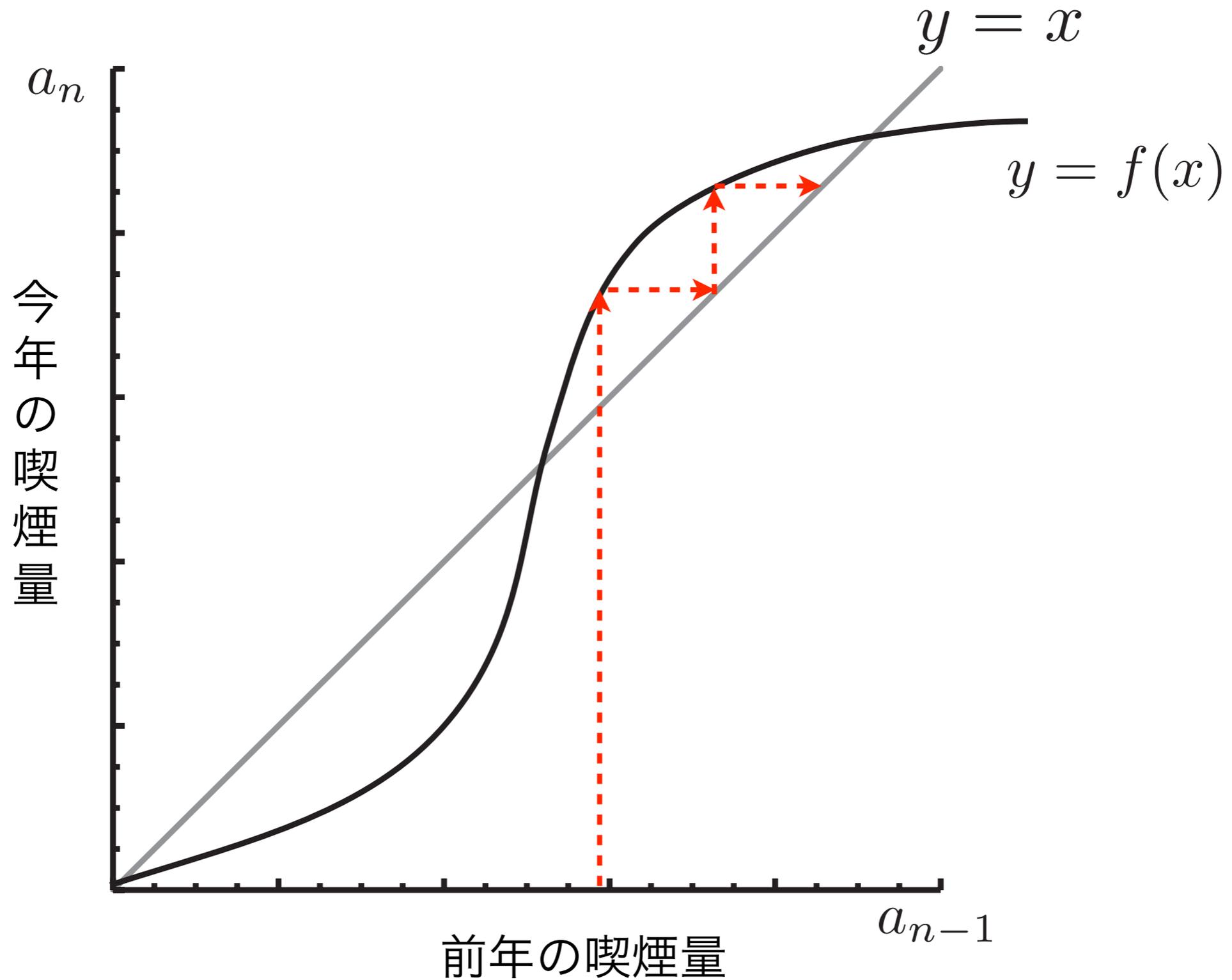
# 社会ネットワーク分析



**問題** 上のような6人の人物の人間関係がある。行列をもちいて次数や距離を求めて、人物の重要度ランキングをつくってみよう。

# 現実に用いられるモデル

(ベッカーの依存症モデル)



# 条件付き確率とベイズ推定

**問題** 1000人に1人の割合でかかる病気があり、この病気に対して99%正しく判定する検査を受けたところ陽性になってしまった。

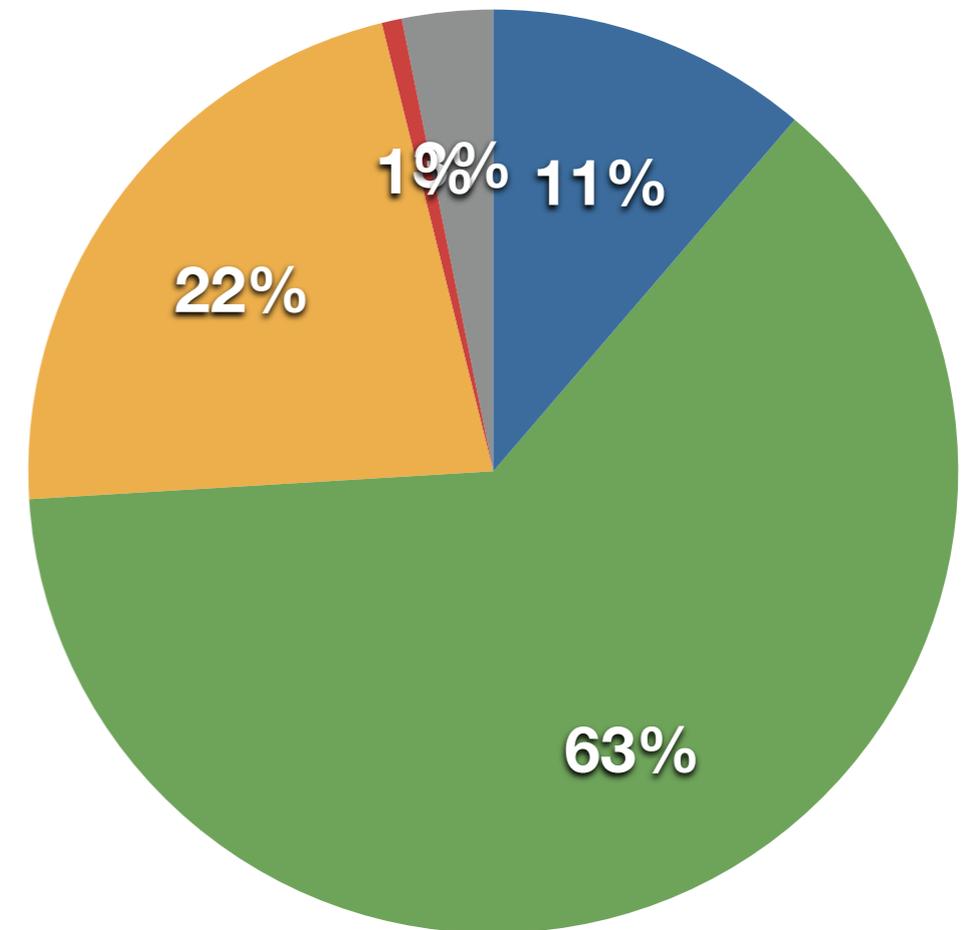
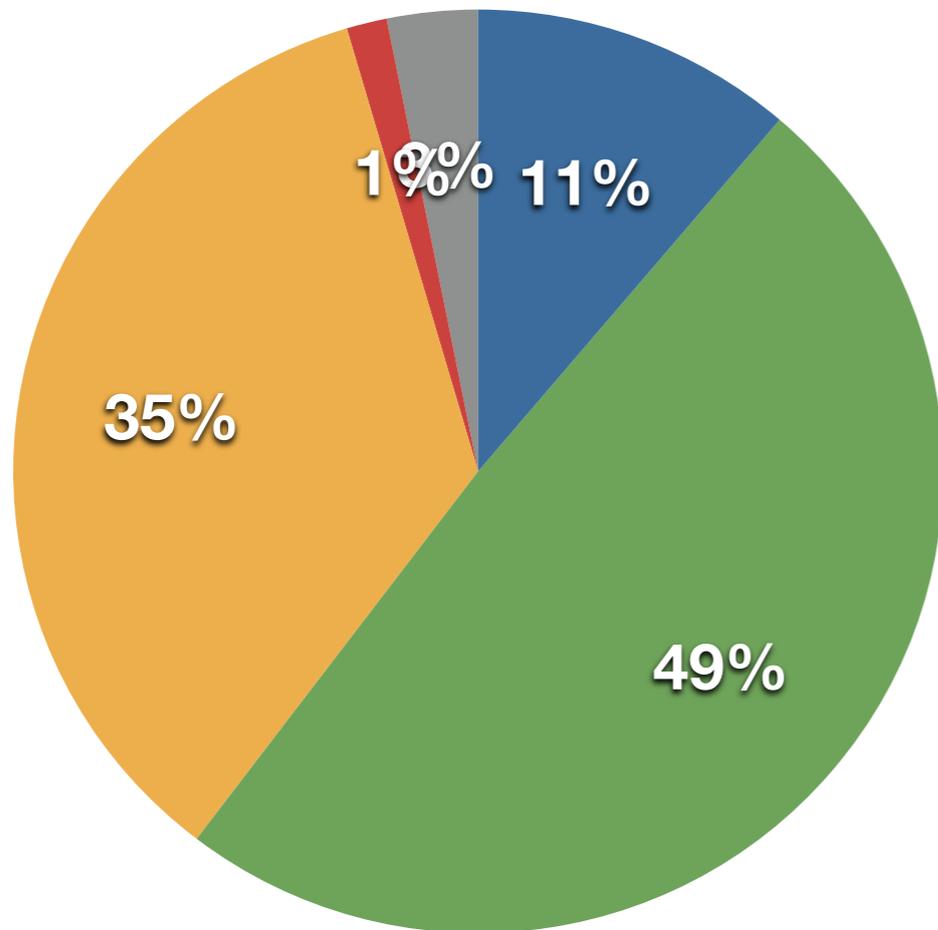
(1) この検査は99%正しいので自分は病気に違いない、と考えることはどれくらいもってもらいたいだろうか？

(2) 再検査を受けたら再び陽性になった。実際に病気である可能性はどれくらいだろうか。

# 学生の反応

# H24前期終了時のアンケート

数学に対する興味・関心はどうなりましたか？ 数学を用いて考える力は怎么样了か？



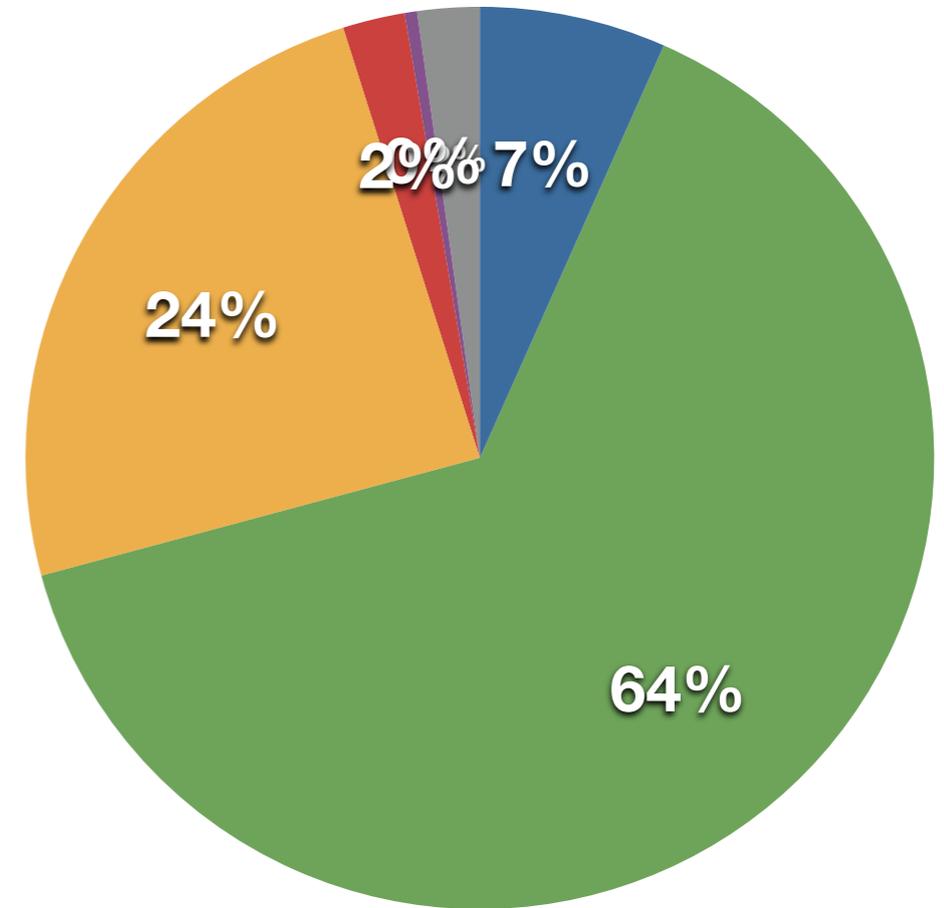
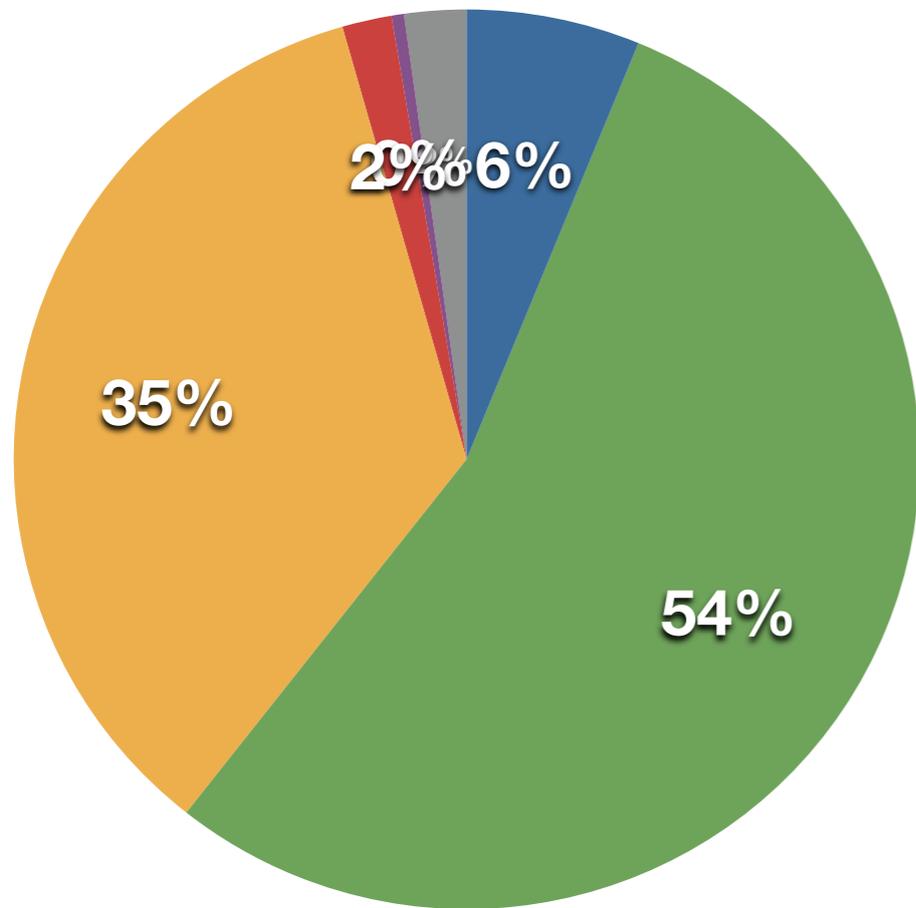
- 非常に高まった
- 高まった
- 変わらない
- 低くなった
- 非常に低くなった
- 無回答

- 非常に上がった
- 上がった
- 変わらない
- 下がった
- 非常に下がった
- 無回答

N=285

# H24後期終了時のアンケート

数学に対する興味・関心はどうなりましたか？ 数学を用いて考える力は怎么样了か？



- 非常に高まった
- 高まった
- 変わらない
- 低くなった
- 非常に低くなった
- 無回答

- 非常に上がった
- 上がった
- 変わらない
- 下がった
- 非常に下がった
- 無回答

N=226

# 学生の声(H24各回のコメントから)

- 私はこんな数学がやりかったんだ！と思いました。
- 数学がひとつの独立した教科じゃなくて、他のことにも使えることを実感しました。
- 数学というものは、いろいろな場面で役に立つのか、と、文系の人間である私なりに感動した授業でした。
- 数学分かってきた。たのしい。
- 数学ってすごいなと純粹に思った。

# 学生の声(H24学期末のコメントから)

- 高校まではとりあえず解き方を教えてもらってひたすら問題を解いていただけで、何の役に立つのだろうと考えていた。しかし、この授業をうけてから、数学の見方が変わった。実際に利用され、社会の役に立っていることを知って、また自分で活用することができて楽しく数学をすることができた。
- 文系出身なので、すごく数学には苦手意識があったんですけど、こんな風に身の回りに数学が使えるんだな、と分かってすごく親近感がわいた。こういう授業は数学苦手な人にはすごくありがたいです。
- 生活の中で数学を使って考えられるきっかけになったと思いました。