

## (概要版) 日本数学会「大学生数学基本調査」に関する報告書

日本数学会教育委員会

**事実関係**

- 日本数学会では、2011年4月1日から7月20日にかけて「大学生数学基本調査」を実施した。
  - 調査実施機関：48大学
  - 調査実施クラス（オリエンテーション等の機会を含む）：90クラス
  - 調査を受けた学生総数：5946名
  - 調査を受けた学生が主として所属する大学・学部を、ベネッセコーポレーション マナビジョンが提供する偏差値分類および系分類を参考に分類した上で、分析を行った<sup>1</sup>。（分類方法については用語欄参照）
  - 各偏差値群には、少なくとも3つの異なる大学のデータが含まれている。
- 調査を受けた学生の人数

	国公 S	国公 A	国公 B	私立 S	私立 A	私立 B	私立 C
学生数	1026	2271	675	223	819	586	346

系	理工	文学	社会科学	教育	保健衛生	学際	混合
学生数	2502	202	853	1179	391	251	530

- 出題範囲：現行の指導要領では、「数学 I または数学基礎」以外は必履修から外れていること、また、数学を大学入試科目として課さない大学・学部が多数あることから、出題範囲は、小中学校および数学 I のごく基礎的な範囲に留めた。（以下、カッコ内は問題形式、カギカッコ内は現行指導要領で該当箇所を学ぶ学年。）
  - 問 1 - 1 平均の定義とそれに関する初歩的な推論。（選択式）「小 6」
  - 問 1 - 2 命題と条件の論理的な読み取り。（選択式）「特になし」
  - 問 2 - 1 整数の性質に関する初歩的な論証。（記述式）「中 2」
  - 問 2 - 2 二次関数の性質の列挙。（記述式）「高 1」
  - 問 3 平面図形と作図アルゴリズムの表現。（記述式）「中 3」
  - 調査票本体および模範解答は別紙として添付。
- 採点方法：数学者 10 人を含む大学教員 12 名で採点を実施した。各記述式問題に関して、数学者 2 名を含む 3 名以上で採点基準を策定した上で、合議制によって採点を行った。
- 誤答をその傾向から分類した上で、因子（偏差値群、系、小中高で得意だった科目・不得意だった科目、算数・数学に関係しての通塾経験等）との関係を統計的に分析した。
  - 統計的分析は、統計数理研究所に依頼した。

<sup>1</sup> [http://mAnABi.Benesse.ne.jp/nyushi/2012/hensAChi/gokAku\\_2/](http://mAnABi.Benesse.ne.jp/nyushi/2012/hensAChi/gokAku_2/) （7月記述）

## 1-1 4人に1人, 平均の意味がわからず

表1. 偏差値群による問1-1の正答率

	国S	国公A	国公B	私S	私A	私B	私C	全体
正答率%	94.8	80.4	73.8	83.0	64.8	56.0	51.2	76.0

表2. 系による問1-1の正答率

	理工	文学	社会科学	教育	保健衛生	学際	混合
正答率%	82.0	67.3	82.6	70.8	57.8	61.0	72.6

- ・ 「平均の定義と基本的な性質の認識」の正答率は76%. 調査対象となった大学生の4人に1人が, 平均の意味を正しく理解していない. 私B・C群では, 約半数の学生が不正解.
- ・ 特に正解に近い&不正解から遠いのは, ①国公S・A群, ②数学記述試験経験あり, ③中学数学得意, ④小学算数得意, ⑤物理得意, なグループ
- ・ 特に正解から遠い&不正解に近いのは, ①私A・B・C群, ②数学記述式試験経験なし, ③中学数学不得意または普通, ④小学算数不得意または普通, ⑤物理不得意, なグループ
- ・ 理工系でも約2割が不正解.
  - 理系高校生の2005年基礎学力調査報告(東京理科大学数学教育研究所)によれば, 平均を求めさせる典型的計算問題(問題B5)の正答率は92.5%. 単純には比較はできないが, 「平均を計算できる」のに「平均の正しい意味がわからない」という層がかなりいることがうかがえる.

## 1-2 論理的読解に課題残る一命題の逆・対偶の理解

表3. 偏差値群による1-2の正答率

	国S	国公A	国公B	私S	私A	私B	私C	全体
正答率%	86.5	66.8	60.6	66.8	56.9	44.5	41.6	64.5

表4. 系による1-2の正答率

	理工	文学	社会科学	教育	保健衛生	学際	混合
正答率%	70.1	51.5	68.6	58.9	56.5	50.6	61.1

- ・ 「文の論理的読解」の正答率は64.5%. 調査対象となった大学生の3人に1人が論理的読解に課題あり. 国S群を除くとすべての群において75%を下回る. 私B・C群では正答率が5割を下回る.
- ・ 文学系・学際系・保健衛生系・教育系で, 論理的読解に課題.
- ・ 特に正解に近い&不正解から遠いのは, ①国公S・A群, ②数学記述式試験経験あり, ③中学数学得意, なグループ.
- ・ 特に正解から遠い&不正解に近いのは, ①私A・B・C群, ②数学記述式試験経験なし, ③中学数学不得意, なグループ.

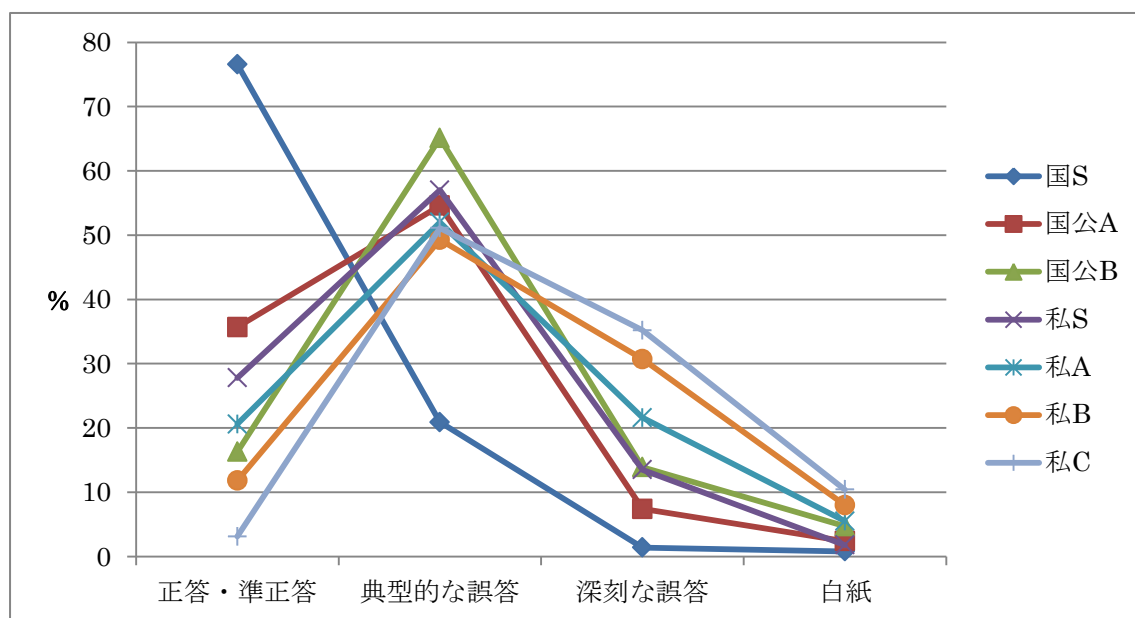
## 2-1 国立難関校とそれ以外を分けた問題—整数の性質の論証

表5. 偏差値群による2-1の正答率

	国S	国公A	国公B	私S	私A	私B	私C	全体
正答%	41.4	21.9	10.2	13.5	10.6	4.3	1.4	19.1
正答+準正答%	76.9	35.7	16.3	27.8	20.7	11.8	3.2	34.0

表6. 系による2-1の正答率

	理工	文学	社会科学	教育	保健衛生	学際	混合
正答%	26.1	5.9	19.1	14.8	10.7	7.6	13.4
正答+準正答%	46.4	11.4	36.8	24.3	16.1	14.8	24.6



グラフ1. 偏差値群による2-1の傾向

- 「偶数+奇数は奇数になることの論証」の正答+準正答率は34.0%（正答率は19.1%）であり、定着からはほど遠い。私S群では4人に3人が準正答に到達せず。国公A群における正答+準正答率が35.7%と、国S群の半分を切っており、国S群とその他の群との傾向の差が著しい。（グラフ1）
  - 基本的論証力を身に付けているかどうか、選択可能な進路の幅を大きく左右している可能性。
  - 文部科学省による中学3年生を対象とした平成22年度全国学力調査では「3つの連続した奇数の和が奇数になる」ことの論証問題が出題され（B問題②（2））、正答率は26.4%。私立のすべての群において、この結果と同程度か下回っている。
- 全体の13.2%が深刻な誤答に分類される。私立（全体）では25.8%が深刻な誤答。
- 深刻な誤答には、①いくつかの例を示すことで論証したと考えるタイプ、②奇数や偶数の定義が間違っているタイプ、③トートロジーを繰り返す、④あいまいな言説への逃避や無関係な事柄からの類推、などがある。以下が実際の答案の例。

- 「 $2+1=3$ ,  $4+1=5$ だから」(タイプ①)
  - 「思いつく偶数と奇数を足してみたらすべて奇数になったから。」(タイプ①)
  - 「偶数を $2x$ , 奇数を $1$ とおくとその和は $2x+1$ 」(タイプ②)
  - 「割り切れないから。」(タイプ③)
  - 「奇数は奇数を足さないで偶数にならないから。」(タイプ③)
  - 「偶数は $2$ で割り切れて, 奇数は $2$ で割ると $1$ 余るということから。」(タイプ③)
  - 「どんなに数が大きくなろうとも,  $1$ の位は同じ循環をし続けるから。」(タイプ④)
  - 「偶数をたすことは和の偶奇に影響を与えないため, 奇数に偶数をたすと, いつも必ず奇数になるから。」(タイプ③④)
  - 「三角と三角を足したら四角になるのと同じで, 四角と三角では四角にならないから。」(タイプ④)
- ・ 偏差値上位より下位の群, 国公よりも私立で, より深刻な誤答を書く傾向が強い.
  - ・ 典型的な誤答には, ①独立な偶数と奇数を, 同じ文字を用いて $2n$ ,  $2n+1$ と表す, ②小学校の説明活動のように, 文字を用いず碁石などを用いて直感的に説明する, などがある.
  - ・ 特に正答+準正解に近い&不正解から遠いのは, ①国S群, ②数学記述試験経験あり, ③理工系, ④物理得意, ⑤高校数学得意, ⑥中学数学得意, なグループ.
  - ・ 特に正答+準正解から遠い&不正解に近いのは, ①国公B群, 私A・B・C群, ②数学記述試験経験なし, ③文学系・学際系・保健衛生系・教育系, ④物理不得意, ⑤高校数学不得意, ⑥中学数学不得意・普通, なグループ.
  - ・ 国公A・B群, 私S・A・B・C群においては, 1クラスの中で, 数学の記述試験の経験がある層とそうでない層との間にバラつきが大きい傾向が見られ, 授業の成立を困難にしていると推察される.

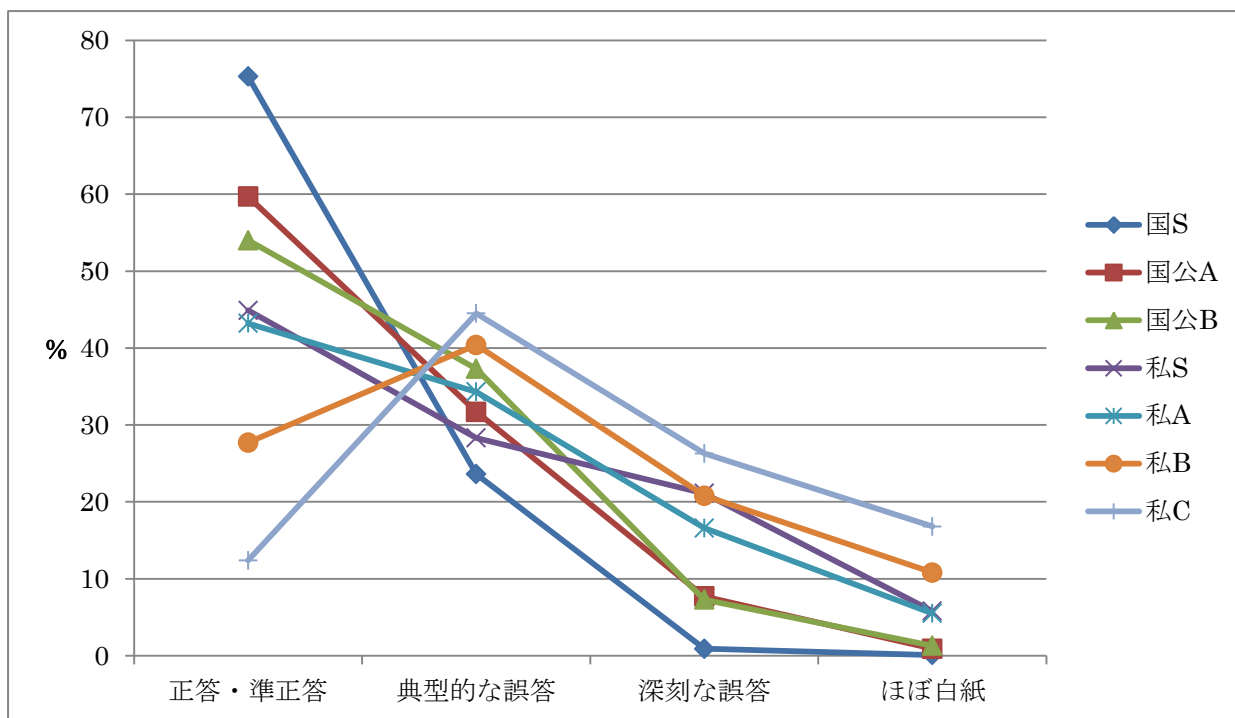
## 2-2. 国公立と私立を分けた問題—グラフの性質

表7. 偏差値群による2-2の正答率

	国S	国公A	国公B	私S	私A	私B	私C	全体
正答%	55.0	44.3	42.2	31.4	33.1	20.2	8.7	39.5
正答+準正答%	75.4	59.8	54.1	44.8	43.3	27.9	12.4	53.1

表8. 系による問2-2の正答率

	理工	文学	社会科学	教育	保健衛生	学際	混合
正答%	48.4	15.9	36.2	35.4	29.9	27.6	31.8
正答+準正答%	64.1	20.9	49.8	48.4	44.0	38.4	41.4



グラフ2. 偏差値群による問2-2の傾向

- ・ 「二次関数のグラフの性質」の正答+準正答率は53.1%（正答率は39.5%）であり、定着していない。
- ・ 国公立は正答+準正答率は5割を超えたが、私立ではS・A・B・Cすべての群で5割を切る。国S群では「深刻な誤答」を書く学生はほとんどいないが、私S・B・C群では2割以上の学生が「深刻な誤答」を書く。（グラフ2）。
  - グラフの傾向は大まかに4つに分類できる。①国S群（正答・準正答が圧倒的に多い）、②国A・B（正答・準正答が半数を越える・深刻な誤答が少ない）、③私S・A群（誤答が半数を越える・深刻な誤答もかなりいる）、④私B・C群（誤答が圧倒的に多い）。
  - 個々の知識だけでなく、知識を総合する力の有無が、選択可能な進路の幅を左右する。
- ・ 文学系・学際系で特に大きな課題。
- ・ 深刻な誤答とは、採点者がかなり想像力を働かせても、回答者が何を意図しているかを理解が困難な、論理的コミュニケーションの前提が崩壊している誤答である。以下が実際の答案の例。
  - 「原点は-の位置にある」「左上がりの放物線」「右下」「原点がy軸より右」「原点が上」「真ん中より下」「線は左上から右下へ書かれる」「右上にある」「直線、下から上へ」「-6ずつ下がる」「2本できる」「曲がった感じのやつ」「反比例している。反対側にグラフができる」「マイナスの場所」「2の値を通る」「傾きは-8」「ゆるやかな曲線」「xに1, -1など数字を代入して出た値をグラフに点を打っていくと正比例になる」「細い」「プラスには存在しない」「直線の交わってる」「xは-6」「-8が重要。+6xも大切。」
- ・ 典型的な誤答には、間違った観点を挙げる（例：原点を通る，頂点は(3,-17)），自己流の用語の導入（「上に凸」を「∩型」と書く，など），挙げるべき3つの項目のうち空欄がある等がある。
- ・ 国公A・B群，私S・A・B・C群では，1クラスの中で，数学の記述試験の経験がある層とそうでない層との間にバラつきが大きい傾向があり，授業の成立を困難にしていると推察される。

- ・ 国公S・A群では、正答と準正答との差が大きい。これは、「重複する観点を挙げた」層である。
- ・ 特に正答+準正解に近い&不正解から遠いのは、①数学記述試験経験あり、②国S・A群、③理工系、④高校数学得意、⑤中学数学得意、⑥1年生、なグループ。
- ・ 特に正答+準正解から遠い&不正解に近いのは、①数学記述試験経験なし、②私A・B・C群、③文学系・学際系・保健衛生系・教育系、④高校数学不得意、⑤中学数学不得意または普通、なグループ。
- ・ 歴史（高）または国語（中高）が得意であることと、この問題の正答率との間に負の相関がある。

### 3. 知識の利用に課題—「相似を利用した作図」

表9. 偏差値群による問3の正答率

	国S	国公A	国公B	私S	私A	私B	私C	全体
正答%	13.1	3.7	2.5	2.3	2.0	0.5	0.3	4.4
正答+準正答%	22.8	5.7	4.9	7.2	3.3	1.9	0.3	7.6

表10. 系による問3の正答率

	理工	文学	社会科学	教育	保健衛生	学際	混合
正答%	6.7	0.5	4.0	2.9	1.0	1.6	2.7
正答+準正答%	11.2	1.5	8.3	4.6	1.5	2.9	5.3

- ・ 「相似を利用した作図」の正答+準正答率は7.6%であり、定着を問うことができる状態からほど遠い。国S群でも正答+準正答率が25%を切る。
  - この問題は、相似を利用した具体的な問題解決の好例として、ほとんどの中学3年数学教科書で取り上げられている。数学活用力を伸ばすために用意された問題が活かしきれていない原因を探る必要がある。
- ・ 作図方法を過不足なく表現した回答は極めて稀であった。
- ・ 学生の多くが、作図という言葉で「垂直二等分線を書くこと」と短絡的に結び付ける傾向がある。
  - 二等分線をいくら書いても三等分にはならないにもかかわらず、四等分線あるいは、3/8等分線を「三等分線である」と強弁する答案が続出。
- ・ 私立では、4人に1人（24.8%）が、「与えられた線の長さをものさしで測り、それを3で割る」（実測派）と答える。また、文学系・学際系でも「実測派」が目立つ。
- ・ 特に正答+準正解に近い&不正解から遠いのは、①国S群
- ・ 特に正答+準正解から遠い&不正解に近いのは、②国S群以外。
- ・ 理系高校生の2005年基礎学力調査報告（東京理科大学数学教育研究所）によれば、相似と比に関する典型的問題（問題D6）の正答率は87.9%。単純には比較できないが、比や相似を現実的な問題解決（測量等）に利用する数学活用力に課題があるのではないかと推察される。

## 用語

- ベネッセコーポレーションのマナビジョンが提供している「2012年度入試合格目標偏差値（高2生）・7月」を参考に、調査に参加した各クラスを偏差値群および系に分類した。この分類を採用したのは便宜的な理由であり、その分類を日本数学会が支持しているという意味ではない。採用の理由は、①データがウェブ上で広く公開されていること、②偏差値だけでなく「ゾーン」（分類）を併せて提供していること、③系の分類方法が比較的本調査の目的によく合致していたこと、等である。
- 偏差値群の分類
  - ◇ 国公立 S 群（略記：国 S），国公立 A 群（同：国 A），国公立 B 群（同：国 B）
  - ◇ 私立 S 群（略記：私 S），私立 A 群（同：私 A），私立 B 群（同：私 B），私立 C 群（同：C）
- 学部・学科の「系」の分類
  - ◇ 理学／工学 系統（略記：理工系）
  - ◇ 文学／外国語 系統（略記：文学系）
  - ◇ 法学／経済・経営・商学／社会学／国際関係学 系統（略記：社会科学系）
  - ◇ 教員養成／教育学 系統（略記：教育系）
  - ◇ 医学／歯学／薬学／保健衛生学 系統（略記：保健衛生系）
  - ◇ 学際系統（略記：学際系）
  - ◇ 生活科学／芸術系統
  - ◇ 混合／（略記：混合）←複数の系の混合クラスのため分類できないもの。
  - ◇ 農林水産系・生活科学系のデータはサンプル数が少なすぎたため、系に関する分析は行わなかった。
  - ◇ 医歯学系・芸術系のサンプルはとれなかったため、分析に含まれていない。

## 修正の記録

- ・ 2012年4月16日付で、「日本数学会『大学生数学基本調査』に関する報告書（概要版）」を次のように修正しました。
  - 「重篤な誤答」という表現は、「深刻な誤答」に改めました。
  - 問2-1に関して、私立大学における「深刻な誤答」の割合を21%から25.8%に訂正しました。
- ・ 2012年6月25日付で、「日本数学会『大学生数学基本調査』に関する報告書（概要版）」を次のように修正しました。
  - 調査を受けた学生総数を5934名から5946名に訂正し、各偏差値群に属する学生数を訂正しました。
  - 問2-1の保健衛生系・学際系・混合の正答率および準正答率に誤りがあったため、訂正しました。
  - その他、正答率に関して若干の誤差があったため、修正しました。
  - 用語において、サンプル数が少なかった系統とサンプルがなかった系統とを区別しました。