

2019年度日本数学会幾何学賞授賞報告

2019年度(第33回)日本数学会幾何学賞の受賞者は、入江慶氏(東京大学大学院数理科学研究科)と塚本真輝氏(九州大学大学院数理学研究院)の2氏に決定し、先の日本数学会秋季総合分科会(於金沢大学)において受賞者の発表と授賞式が執り行われました。以下に、受賞者の授賞題目、授賞理由および受賞特別講演についてご報告致します。

受賞者：入江 慶

(東京大学大学院数理科学研究科 准教授)

授賞題目：接触・シンプレクティックトポロジーとストリングトポロジーの研究

授賞理由：力学系の研究において、周期点、周期軌道は基本的かつ重要な対象である。保測力学系において、Poincaréの回帰定理はよく知られている。回帰点あるいは非遊走点に対し、その力学系を C^0 -摂動して周期点にすることができる。しかし、滑らかな多様体上の微分同相写像による力学系に対して、滑らかな摂動でそれが可能であるかは困難な問題で、Smaleは21世紀に向けた問題集の中に C^∞ -closing lemmaに関する問題として挙げている。入江氏は、Hutichings 達による embedded contact homology 理論による ECH capacities のある性質から3次元コンパクト接触多様体の Reeb 流で周期軌道の和集合が稠密になる接触形式は C^∞ -位相について residual であることが導かれることを見抜いた。引き続き、浅岡正幸氏との共同研究で、閉曲面のハミルトン微分同相写像に対する C^∞ -closing lemma 及び周期点が稠密になるものが residual であることを証明した。これらの結果は、国際的にも注目され、高く評価されている。また、Marques, Neves はコンパクトリーマン多様体の中の極小超曲面が豊富に存在することを証明していたが、入江氏はその議論に同様のアイデアを用いることで、generic なリーマン計量に対して、極小超曲面の和集合が稠密になることを Marques, Neves 両氏とともに証明した。その後も、入江氏は彼らの研究の進展の3次元 Reeb 流の周期軌道の研究での類似を得るなど、活発な研究を続けている。2000年頃に Chas, Sullivan は、多様体のループ空間のホモロジーに新たな代数構造を導入した(ストリングトポロジー)。当初より、ホモロジーレベルのみならずチェインレベルの代数構造が模索されていた。入江氏は、深谷氏の approximate de Rham chain のアイデアを参考に de Rham chain という概念を導入し、それを用いたホモロジー論を展開した。そしてループ空間に対して de Rham chain を用いて、チェインレベルの Batalin-Vilkovisky 構造を構成した。入江氏の構成は、擬正則曲線のモデュライの理論と融合してシンプレク



ティック幾何学への応用することを見越して行われている。

以上のように入江慶氏は、接触幾何学、シンプレクティック幾何学、ストリングトポロジーの進展に大きく貢献している。

受賞者：塚本 真輝

(九州大学大学院数理学研究院 教授)

授賞題目：力学系における平均次元の研究

授賞理由：平均次元は、調和写像などの偏微分方程式の解空間を定量的に研究するために Gromov が 1999 年に導入した無限次元力学系の位相不変量である。平均次元は主に力学系分野で研究されてきたが、Gromov の当初の動機である幾何学的偏微分方程式と直接関係する研究はほとんどなされておらず、幾何解析における平均次元の意義は理解されていなかった。



このような状況で、塚本真輝氏は以下の二つの幾何学的偏微分方程式に現れる無限次元力学系の平均次元の研究において決定的な結果を得ている。一つは複素射影空間の Brody 曲線の空間全体であり、もう一つは一様ノルムが定数で抑えられるような $S^3 \times \mathbf{R}$ 上の ASD 接続の空間である。Gromov 自身は複素射影空間への Brody 曲線の空間の平均次元が正の有限値であることを示していたが、松尾信一郎氏との共同研究を含む一連の研究で、塚本氏は複素射影空間の Brody 曲線全体の平均次元が正則曲線のエネルギー密度という Nevanlinna 理論的量により記述されることを示した。また、松尾信一郎氏との共同研究を含む別の一連の研究で、塚本氏は $S^3 \times \mathbf{R}$ 上の有界 ASD 接続の空間の平均次元が接続のエネルギー密度の上限により記述されることを示し、指数定理から得られるモジュライ空間の次元公式の類似が平均次元を用いることで有界 ASD 接続の空間に対しても成り立つことを示した。

上述の幾何解析的な平均次元の研究とは別に、塚本氏は平均次元の力学系への応用においても決定的な結果を得ている。Lindenstrauss により、コンパクト距離空間上の位相同型が生成する極小な力学系を Hilbert キューブ ($[0, 1]^N$ の可算個の直積とシフトから成る力学系) に埋め込むことが可能であるための (最良とは限らない) 判定条件が、平均次元と N の比に関する不等式として知られていた。塚本氏は、Lindenstrauss 氏や Gutman 氏との共同研究で、極小力学系の Hilbert キューブへの埋め込み問題に対して、平均次元を用いた最良の判定条件を与えることに成功している。

以上のように、塚本氏は幾何解析に現れる無限次元力学系に対する平均次元の幾何学的意義を明らかにすることによりこの分野を開拓し、また平均次元の位相力学系に対する応用においてもその貢献は顕著である。

日本数学会幾何学賞受賞特別講演：

2019 年度秋季総合分科会（於金沢大学）幾何学およびトポロジー分科会合同

塚本 真輝：力学系の平均次元と情報理論（9月18日 10:30～11:30）

入江 慶：シンプレクティック容量とハミルトン力学系の周期軌道（9月18日 13:15～14:15）

（日本数学会幾何学賞委員会）