会員ニュース

木田良才氏の第15回（平成30年度）日本学術振興会賞に寄せて

京都大学数理解析研究所
小沢　登高

木田良才さん（東京大学大学院数理科学研究科准教授）が第15回（平成30年度）日本学術振興会賞を受賞しました．木田さんの受賞に心からお祝いを申し上げます．隣接分野の研究者として個人的にも大変うれしく思います．木田さんには受賞対象となった研究業績「群作用のエルゴード理論，軌道同値関係」の他にも幾何学的群論やフォンノイマン環論に関する優れた業績がありますが，本稿では受賞業績に限ってなるべく多くの人に分かるように大雑把な（つまり不正確を伴う）説明をするにとどめます．というのも木田さんの研究内容に関する詳細は，2018年の日本数学会賞春季賞受賞に当たって，本人が既に『数学』（第70巻）に書いていますし，私自身も同号に業績紹介記事を載せているからです．その代わりに個人的な話を少ししようと思います．

私と木田さんとの関わりは2005年の秋に京都大学で集中講義をしたことから始まります．当時木田さんは京都大学の修士課程学生で私は東京大学の助教授でした．木田さんの指導教員であった泉正己先生（学生時代の先生はいつまでも自分にとって「先生」のままなので関係を変えづらいですね．特に日本語では．）から見込みのある学生がいるので刺激を与えてほしいと頼まれ，集中講義を引き受けました．実はこの時の記憶はそれほどないのですが（お酒を飲み過ぎたせいでしょうか？），「士別れて三日なれば，即ちさらに刮目して相待す」の諺どおり，木田さんはそれからすぐに軌道同値関係の理論における写像類群の超剛性定理という大きな結果を出して，翌夏の札幌研究集会で再会した頃には既に分野の超新星的な扱いでした．超剛性定理は群の格子埋め込み問題や作用素環論におけるフォンノイマン環の分類問題に対する応用がありとても貴重なものです．軌道同値関係に関して超剛的な群の例は，エルゴード群論の研究者が挙って探し求めていた「聖杯」的な対象でしたが，写像類群が初めての例となりました．英雄譚の例に漏れず，そこには木田さんの超人的な活躍ぶりがあったわけですが，その最も衝撃的なところは，作用素環論とエルゴード理論の境界分野である軌道同値関係の理論に，写像類群といった幾何学的群論の核心部分を持ち込んだことにあります．写像類群のようなものが作用素環論に関わってくるなどということはほとんどの研究者にとってまさに青天の霹靂でした．これはとてつもない技術力と忍耐力がいる仕事なのですが，本人に如何にしてそのようなことをする境地に至ったのかを尋ねたところ次のような回答を得ました．学部2回生の解析学演習で泉先生にあたり，その縁で3回生のセミナーも泉先生の作用素環論を選んだけれど，学ぶにつれ結局作用素環論の水が合わず，修士課程の中途

から幾何学的群論の勉強をしたところ，いろいろ繋がったとのことでした．この説明は私にとっては，丈夫な根が張っていてこそ鮮やかな花が咲くものだと，納得のいくものでした．その後，超剛性定理は，適当な条件を満たす融合積など写像類群以外の抽象的なクラスの群についても証明され，ずいぶん利用しやすくなりましたが，これらはすべて木田さん（と共著者）によるものです．

エルゴード群論は，群を確率測度空間への保測作用を通じて理解しようというものです．一般的に言って，群の空間への作用を調べる際には特異点の挙動が問題の核心となることが多いと思いますが，群作用で不変な確率測度が存在して特異点集合が零測度となれば，特異点で起こる問題が全く無視できるという好都合になります．こうした手法によって証明された定理は無数にあります．例えば，木田さんの超剛性定理の先駆である G. Margulis の超剛性定理 (1970s) もそのようにして示されました．軌道同値関係はエルゴード群論における同型の概念を与えるもので，作用素環論におけるフォンノイマン環の分類問題を出自としていますが，Margulis の超剛性定理もその動機としています．エルゴード群論は幾何学的群論との相似を指摘した M. Gromov の呼びかけに応えた他分野の俊英（D. Gaboriau, A. Furman, N. Monod, Y. Shalom, S. Popa 等）が次々に参入したこともあり，1990 年代終わりから十数年の間に大きな変貌を遂げました．木田さんの超剛性定理もそのような活況の中で示されました．近年のエルゴード群論は黄金期より人も少なくなり踊り場を迎えた感がありますが，木田さんは現在でも第一人者として精力的に研究し，同分野を牽引する活躍をしています．

木田さんの受賞を機会に皆さんがエルゴード群論に興味を持ってもらえるよう，初めに述べたように数学的な内容についても軽く触れたいと思います．ここでは軌道同値関係とほぼ等価なランダム準同型を使って説明することにします．可算離散群 Λ と Γ に対し，単位元を単位元に送る写像全体の集合を $[\Lambda,\Gamma]$ と書くことにします．写像空間 $[\Lambda,\Gamma]$ には自然な Λ 作用が $(\lambda\cdot f)(\gamma)=f(\gamma\lambda)f(\lambda)^{-1}$ で定義されます． このとき，$f\in[\Lambda,\Gamma]$ が準同型であることは，f が Λ-不変であることと同値であることが分かります．この事実を念頭に，$[\Lambda,\Gamma]$ 上の Λ-不変な Borel 確率測度のことを Λ から Γ へのランダム準同型と呼ぶことにします．通常の準同型はそれ一点にのみ重みを持つ「確定的」ランダム準同型と見なせるわけです．確率 1 で全単射であるランダム準同型はランダム同型と呼ばれます．ランダム同型による同値関係を $\cong_{\mathrm{random}}$ で表すことにします．（逆ランダム準同型は定義できますが，合成しても恒等写像にはなりません．）全射，単射の場合も同様です．ランダム準同型を射とする群論はどのようなものになるのでしょうか？ 代表的な定理として次のようなものがあります．どれもエルゴード群論では代数的な障壁が消えて群の解析的な相が露わになるという現象を示唆しています．

- (Ornstein–Weiss 1980) $\Gamma \cong_{\mathrm{random}} \mathbb{Z}$ $\Leftrightarrow$ Γ は無限従順群
- (Gaboriau–Lyons 2009) $F_2 \hookrightarrow_{\mathrm{random}} \Gamma$ $\Leftrightarrow$ Γ は非従順群
- (Jones–Schmidt 1987) $\Gamma \twoheadrightarrow_{\mathrm{random}} \mathbb{Z}$ $\Leftrightarrow$ Γ は性質 (T) を持たない
- (Furman 1999) $\Gamma \cong_{\mathrm{random}} \mathrm{SL}(3,\mathbb{Z})$ $\Leftrightarrow$ $\Gamma \leq_{\mathrm{virtual\ lattice}} \mathrm{SL}(3,\mathbb{R})$
- (Kida 2010) $\Gamma \cong_{\mathrm{random}} \mathrm{Mod}(S_g)$ $\Leftrightarrow$ $\Gamma \cong_{\mathrm{virtual}} \mathrm{Mod}(S_g)$

ここで「virtual」とあるのは有限指数部分群や有限正規部分群による商群を区別しないことを意味します．上の定理はいずれも珠玉の逸品ですが，説明は省きます．最後のものが木田さんの超剛性定理で，$\mathrm{Mod}(S_g)$ は種数 $g \geq 2$ の閉局面 S_g の写像類群です．木田さんのエルゴード群論におけるより最近の貢献には群の安定性に関するものがあります．エルゴード群論において群 Γ が安定的であるとは，Γ と $\Gamma \times \mathbb{Z}$ がランダム同型となるときをいいます．安定性が不変量の計算等に関連する重要な概念であることもあって，安定性にも上記の定理群にあるようなきれいな特徴づけが存在するだろうという強い期待（特に Jones–Schmidt 予想）があったのですが，木田さんは近年の息の長い一連の仕事で見事にその期待を打ち砕き，安定性の生態が極めて複雑であることを示しました．安定性界隈以外でもエルゴード群論には未解決のことがまだまだたくさんあります．木田さんがこれからもエルゴード群論あるいはその他の分野で名前の通りの良才を展ばし，能力を存分に発揮してくれることを願っています．