

# 書 評

## 実験数学読本

—真剣に遊ぶ数理実験から大学数学へ—

矢崎成俊 著, 日本評論社, 2016 年

明治大学総合数理学部

池田 幸太

書籍を含め、作品は受け手側によってその姿を変える。本書を通読した際、「数学を学ぶために読む」立場と「数学教育の教材として用いる」立場によって使われ方が異なると感じた。研究と教育の両面から数学に携わる身として、2つの立場から書評を行う。

まず本書の概要と特徴について述べる。「はじめに」で著者が述べているように、身近な現象や実験から『「数学を発見」あるいは「数学を抽出」することに焦点をあてて』いる (p. i, 6-7行目)。現象の楽しさを味わいながら現象を数学で表現する力を養い、観察力を鍛えることを目的に本書は書かれている。自然現象はもちろんだが、物を使った観察・測定、物を作成する内容も含まれており、「現象」という言葉が広い意味で用いられている。

第0章では20のテーマが選ばれており、実験方法、結果、背景にある数学の概要等が見開き2ページにまとめられている。20のテーマは完全に独立しているわけではない。例えば2, 3, 12節は表面張力に関する項目であり、それぞれ異なる視点や実験に基づいた内容となっている。また、第1章以降の内容と重複・関連する節が半数以上あり、0章は「ダイジェスト版」の位置付けである。

第1章以降は第I部から第IV部に分類され、それぞれ「連続関数と微分法」、「常微分方程式」、「数値計算と次元解析」、「偏微分方程式」と対応する。15ページ前後から成る各章は、さらに細かく複数の節に分けられる。各節は0章と同様に、実験で使用する物品の名称や準備手順、実験方法、実験の背景にある現象や数学の説明、練習問題に相当する「研究」、等の内容を含む。全ての章が数学的な内容を含み、大学2年次程度の知識があれば理解可能であろう。いわゆる「定義、定理、証明」のような伝統的な記述法は極力避けられており、「見た目には」取っ付きやすい印象である。

数学は高度に抽象化されているからこそ素晴らしく、理解できればその奥深さを実感するものだ。一方で、その深淵に辿り着く行程で情熱を失う者も数知れず、ついには挑戦を諦めてしまうこともあるだろう。特に、「数学で何をやってるのか分からない」という学生からの相談、恨み言を耳にしない教員は、おそらく一人もいるまい。学びの前提には意義が必要だろうが、「数学を継続して学ぶ、そして、深く勉強する」ための「動機付け」として、本書はうってつけである（「はじめに」第1段落）。現象と数学が結びつく様は、「数学が役立つ」という感覚を容易に、ときには安易にもたらしてくれるはずだ。

本書を使用する際の利点と注意点を述べるため、第1章を例として取り上げる。本章の副題は「世界地図の数理」である。実験に必要な物は世界地図とドットパターンの画像データ、印刷用のコピー用紙やOHPシートである。私も経験上、物品を揃える手間は実験実施の大きな障壁になると感じているが、この実験の敷居は低い。何より物品購入費用がとても安い。画像データもインターネット経由で簡単に取得できる。

取り上げられている数学は様々である。項目3では、相似縮小した図形に浮かび上がるらせんが、変数分離型微分方程式の解で表現され、対数らせんであることが結論付けられている。項目5でも微分方程式が導かれ、メルカトル図形における緯線を表す関数が初等的な積分によって得られている。項目6では世界地図を相似縮小した際の不動点がコーシー列によって得られている。さらに縮小写像の原理が証明され、項目7のニュートン法へと引き継がれている。項目3や5における微分方程式の導出過程が丁寧に説明されており、理解は容易だろう。細かいことだが、ここで  $1/\cos\theta$  の不定積分について言及されている箇所が目が止まった。この関数の積分は高校数学の範囲で実行可能である。つまり、高校生や大学1年生でも十分理解できるわけで、初等的な積分が身近な所で役立つことを実感できるだろう。

当然のことだが、全ての項目に詳細な説明が付与されているわけではない。例えば相似縮小に対応する写像は、陽には定義されていない。また、相似縮小した領域がもとの領域に含まれていることがあまり強調されていない。ただし説明の割愛は不備ではない。写像を陽に定義せずとも所望の性質があれば結果は得られる。細かい条件が気になりであれば自身で確認したり、より深く勉強すれば良い。物理現象に関しても簡潔な説明がなされており、ある程度納得して本文を読み進めることはできる。本格的に学びたい者は提示されている文献を参照すれば良いだろう。

随所に挟まれる挿話も面白く、矢崎氏の造詣の深さが窺える。特に歴史的背景を学ぶと重要性が分かりやすい。私がベクトル解析の講義を受け持った際、電磁気学が発展した経緯について簡単に調べた。19世紀における科学者の奮闘、変位電流の概念を導入することで基本法則を確立したマクスウェルの知見や発想に興奮した。科学史における大河ドラマを見ている気分になり、講義の準備に大いに役立ったものだ。なお、気負い込んだ私は、電磁気に関する実験を講義中に実施したが、センサーで測定できるだけの静電気がそもそも発生せず、苦労した覚えがある。本書ではやりやすい実験が数多く提案されているが、矢崎氏は果たしてどれほどの失敗を経たのだろう。

詳細な説明やより高度な内容は他の書籍に任せて、まずは「数学を発見・抽出」する楽しさを体験させたいという矢崎氏の考えがお分かり頂けたらどうか。観察結果を具体的な数式で表現した後、数学的な操作のみで結論を得る、という一連の流れを体験するには十分な内容が盛り込まれている。ただ、本書を学んだだけで満足してはもったいない。各々が興味を持った項目をさらに深く学んでこそ、本書の存在意義があるというものだ。

アクティブラーニングやICTという単語が一人歩きをする中、暗中模索を続けている数学教員、あるいは今後教員を目指す学生諸君には是非本書を読んで頂きたい。本書の内

容や考え方を取り入れた授業の魅力はきっと増すだろう。前段までに述べた利点は、教材として本書を用いる場合にもそのまま利点となる。

本書を利用した講義を実施する場合、やり方次第で生徒の楽しみをより引き出すことができるだろう。第6章、第6節では制約条件付き変分問題が取り上げられ、両端が固定された鎖が自重で成す形状は懸垂線の特徴付けられることが記されている。この項目を用いた講義がどのように展開されるか想像して頂きたい。私も本書に倣い、懸垂線と放物線を比較させるだろう。事前知識無しで形状を予測することは推理ゲームのような面白さがある。間違っても「この形は懸垂線と言います」と先に答えを発表しないように。「放物線！」と元気よく発言する学生がいることを願おう。さて、学生はどうやって放物線を求めるだろう。 $x-y$  平面の設定、鎖が極小値を取る点を原点に設定すること、 $y = ax^2$  における係数の  $a$  が未知数であること、等を見抜くこと自体が課題である。本書ではグラフと鎖の両端が一致するように係数  $a$  を導出しているが、他の導出方法を考えさせても良い。定規で鎖の  $x, y$  座標を複数個求めれば、いわゆる最小二乗法でパラメータ  $a$  を求めることができる。ここでは単純な内容を記載したが、各教員が工夫を凝らせばより良い講義が実施可能だろう。なお、鎖の長さを固定し両端を水平方向に引き離すと、放物線と鎖の形状のずれはほとんどなくなる。このとき「放物線が正解ですね！」と発言する生徒がいれば面白い。「正しさとは何か」という、根源的で正解の無い問いを議論してはどうだろう。

もっと幅を広げた使用法がないだろうか。本書を読むと、1つの項目に1つの切り口が対応しているような錯覚を得るかもしれない。これは本という媒体の性質上やむを得ない制約である。ここで、再び講義を実施する状況を想定しよう。教室には多数の学生がいる。生徒の数だけ切り口＝数学が生まれる可能性がある。第1章、第1節の実験では、2枚ある世界地図の1枚を丸めてもう1枚の上に乗せるという操作が紹介されている。この設定法と結論は非自明であり驚嘆すべきことなのだが、「唯一の正解」だろうか？ここで教員は学生の発想力、遊び心を期待して良いのではないか。もしかすると学生は数学とかけ離れたことを言い出すかもしれないが、教員が手助けし、協力して「数学」を見出せば、その学生の発想は生きる。自分の発想が数学と結びつく感覚が得られることも、数学を勉強する強い動機付けになるだろう。我々一人一人が本書の使用方法を真剣に考えることで、本書の価値はさらに高まるはずである。

本書で取り上げられた実験は簡単に実施できるものが多く、かつ短時間で大まかな成果が得られると述べられている。おそらく、準備や予備実験にも多くの時間は取られまい。敷居の低さは大きな利点である。ただ、物理現象に基づいた実験が多く、偏りが感じられた。諸分野が数理モデル・数学に懸ける期待の大きさを鑑みれば、本書で対象としてない自然現象、社会現象からも幅広く項目が選べるとより良いだろう。もちろんトレードオフの関係で、実験準備が難しかったり実施しづらい項目も多数存在するだろうから、状況に合わせて内容を検討すれば良い。

ところで、私は新1年生を対象としたゼミを毎年担当しているが、私のゼミでは研究体験をさせている。学生自身に研究テーマを決めさせているが、内容は様々で、率直に

言って玉石混交だ。ただ週1回の講義で実施していることを考慮すれば、着眼点・研究結果・発表内容において十分評価できるものもある。この形式で6年間実施して感じたことは、私のやる気が学生の出来を左右してしまうことだ。さて、次年度からは本書を参考図書としてゼミ内で使う計画を立てている。突飛な視点や深い議論が今から楽しみである一方で、私が気を抜いたせいで本書の魅力が損なわれてはならないと気を引き締めている。

矢崎氏は「科学実験教室」を日本各地で開催していると伺っている。本書を執筆されるだけでなく、直接出向いて講義をなさる姿勢に心から敬服する。あとがきで東日本大震災と本書の関わりについて触れられているが、東北大学に籍を置いていた身として私も感じ入るものがあった。本書を読んだ学生が数学に新たな魅力を感じることを願う。