高木俊輔氏の平成29年度文部科学大臣表彰
若手科学者賞受賞に寄せて

日本大学文理学部

渡辺　敬一

高木俊輔さんが，研究業績 「正標数の手法を用いた双有理幾何学に現れる特異点の研究」で平成 29 年度科学技術分野の文部科学大臣表彰若手科学者賞を受賞されました．お祝いの気持ちをこめて，高木さんの数学的業績について述べさせて頂きます．

高木さんは九州大学助手，准教授を経て，現職は東京大学大学院数理科学研究科の准教授で，その間にミシガン大学，MIT の客員研究員をされています．また，2005 年に日本数学会の建部賞奨励賞を受賞されています．

私事で恐縮ですが，高木さんから，始めてメールを頂き，お付き合いをするようになったのは彼が，東大の学部 4 年で，これから修士で勉強を始めるという年の末でした．私の当時 preprint だった論文を読みたいので，送ってもらえないかという依頼でした．それ以来，数年間に亘って，彼は東大の桂教授に代数幾何を教わりつつ，日大の私の研究に可換環論を一緒に勉強しに来てくれました．私にとっては大変幸せな数年間でした．また，高木さんは現在日本大学文理学部で月に 1 回行っている「特異点論セミナー」の重要メンバーでもあります．

彼が最初に質問して来た論文は，標数 0 の対数的端末 (log terminal) 特異点や，対数的標準 (log canonical) 特異点を「正標数への還元」を経由して，正標数の代数的な概念での特徴付けを与えようとするもので， 今回の受賞は，その手法が進化した延長上にあるとも云えます．

また，当時一緒に勉強したのは，M. Hochster と C. Huneke の創始した，「密着閉包」(tight closure) の理論の解説を C. Huneke が書いた講義録で，この理論が，上に述べた特異点論の代数的基礎付けになっています．

以下高木さんの業績に関しての解説を試みます．

代数幾何学に於て，「極小モデル理論」(MMP) は，森重文さんのフィールズ賞受賞が示すように，最重要の課題になっています．それに伴って，代数多様体の特異点の研究が，ますます重要性を増して来ました．上に述べた「(対数的) 端末特異点」「(対数的) 標準特異点」などはその例です．また，MMP では特異点とその上の 実係数付きの因子の対 (X, Δ) を考えることも大変重要で，その組に対して，上記のように，端末的，klt (川又対数端末

- Kawamata log terminal) などの概念が定義され，対を「特異点」として扱っています．また，その対に対して 「乗数イデアル (multiplier ideal)」の概念が重要な役割を果たしています．

MMP における，これらの概念はすべて，多様体 X の特異点解消 $\tilde{X}$ と X の標準因子の比較によって定義されています．従って，原理的には特異点解消の理論がないと，定義が成立しないし，具体的に与えられた特異点が有理特異点， log terminal etc. という性質をみたすかどうかは特異点解消が計算できないと，判定できないことになります．

しかし，近年，M.Hochster と C.Huneke によって創始された，可換環論の正標数の手法が，有理特異点，対数的端末的，対数的標準などの特異点の族の研究に対して大変有用であることが，わかって来ました．また，乗数イデアルも正標数の方法で「計算」できることも原・吉田，高木によってわかりました．

これらの可換環の手法は，可換環論のイデアル論と，正標数の Frobenius 写像の分解を用い，見た所では全く，代数幾何的な定義と共通点を持たないように見えます．ちょっとだけその方法を説明しましょう．

標数 0 の体上で定義された代数多様体 X は，アフィン空間または射影空間の中で，有限個の方程式で定義されているので，その方程式の係数をすべて含む $\mathbb{Z}$ 上有限生成の環 A を考えられます．すると，X は環 A 上で定義されると思えます．このような環 A の極大イデアル $\mathfrak{m}$ を考えると，$A/\mathfrak{m}$ は正標数 p の体になり，異なる $\mathfrak{m}$ を選ぶと異なる p が出て来ます．X の定義方程式を $\mathfrak{m}$ を法として考えると正標数の 代数多様体 X_p が考えられるわけです．この X_p を 「X の標数 p への還元」と云います．この方法で，例えば X のある特異点が「対数的端末的」と 「X_p が十分大きな p に対して 強 F-正則」が同値であることが示せたり (Smith, 原伸生，Mehta-Srinivas, 原-渡辺) 乗数イデアルが正標数の「判定イデアル」で計算することが可能になったりします (原-吉田, 高木)．この正標数の概念を用いた 特異点の理論を，Frobenius 写像の F を冠して，「F-特異点理論」と総称します．この理論の詳しい解説については，「数学」の論説 (vol. 66 (2014)) を参照下さい．

高木さんの業績の背景にある理論を述べましたが，高木さんは，このような理論を代数幾何学に応用する．または，代数幾何学の理論を導入して，特異点と可換環の関係を明らかにするという仕事を精力的に進めています．このように，正標数の方法を新しい代数幾何学の道具として，また，MMP の成果を可換環論に積極的に使ったのは高木さんが最初で，この手法を用いて，今まで代数幾何的な方法で証明できなかった定理を証明したり，代数幾何学的な方法で計算できなかった不変量などを計算することに成功しています．主

要結果としては次のものが挙げられます.

1. MMP で現れる特異点で，対数的標準特異点は，正標数の F- 純 (F-pure) と対応することが知られているが (例えば $X^3+Y^3+Z^3=0$ という単純楕円型特異点の標数 p への還元は $p \equiv 1 \pmod 3$ のときに F-純),「標数 0 の代数多様体の対数的標準特異点 X の標数 p への還元は無限個の p に対して F-純である」という 統一的な理論は知られていませんでした．高木さんは，対数的標準特異点が，正標数の F- 純 (F-pure) という性質で記述できることを (1) 「一般の」係数を持つ完全交叉の場合，(2) 3 次元以下の孤立特異点で証明しました．((2) は藤野修氏との共同研究).

2. 逆同伴 (Inversion of adjunction) を F-特異点の理論を用いることにより．非特異代数多様体の，任意余次元の閉部分体の場合に拡張しました.

3. K. Smith-K. Schwede は 大域的 F-正則な 射影多様体は 対数的 Fano 多様体であることを示し，逆に 対数的 Fano 多様体の標数 p への還元が無限個の p に対して，大域的 F-正則であると予想しました．高木さんは権業，大川，三内氏との共同研究で，この予想を森夢空間に対して示しました．また，同様の結果を 対数的 Calabi-Yau 多様体と 大域的 F-split 代数多様体に対して示しました．(権業氏との共同研究)

上記に見られるように．代数幾何学の第 1 線の研究者たちが，F- 特異点の理論で研究を行うようになったことも高木さんの業績と云えます．この受賞を契機として，高木さんが益々可換環論，代数幾何学の分野で素晴らしい仕事をされることを期待しています.