本多正平氏の平成29年度文部科学大臣表彰
若手科学者賞受賞に寄せて

東北大学大学院理学研究科数学専攻
塩谷　隆

本多正平さんが,「リーマン多様体の極限空間の研究」において，平成29年度文部科学大臣表彰 若手科学者賞を受賞されました．大変喜ばしく思います．本多さんとは研究分野が近いことから，彼が博士の学生のころから度々顔を合わせていましたが，そのころから色々な意味で目立っていました．彼は京都大学で深谷賢治さん（現ニューヨーク州立大学ストニーブルック校 教授）の指導のもと，研究を始めました．最初にどの分野を勉強するかを決めた折に，深谷さんから幾つかテキストの候補を示され，その中で最も難しいと言われたものを選んだそうです．大物とはかくあるべき，と言ったところでしょうか．また，研究を始めた当初から講演のときは黒板一杯に大きな字でとても分かりやすい講演をしています．数学を深く理解し伝えたいという姿勢にあふれた素晴らしい講演をいつもされています．九州大学の助教になられたころから爆発的に研究が開花し，数々の驚くべき成果を挙げ，幾何学分野にその名を轟かせました．彼が九州大学からこちらの東北大学へ移ってきてくれたときは，本当に良い人が来てくれたと，とても嬉しかったです．この原稿を書いている今現在も彼は私の隣の研究室で研究に励んでいます．彼が応募したときの書類に,「特技は人と仲良くなることです」書かれていたのを思い出します．実際，彼は私が今までに会った人たちの中で最もアルコールに強く，飲み会があると聞けば何をおいても駆けつけるという大変礼儀正しい好人物です．私がお酒を飲めなくなってしまったので，その面での後継者だと勝手に思っています．

さてここから本多氏の研究について説明しましょう．彼の研究対象は，次元が上に有界かつリッチ曲率が下に有界なリーマン多様体の列の Gromov-Hausdorff 極限空間（リッチ極限空間と呼ばれている）です．最初にこの研究分野と関連分野の現在の状況について説明します．これはリーマン多様体と距離空間の幾何学の研究では非常に重要な主題で，リッチ曲率の本質を理解するという観点からも興味深い研究です．この研究について，Cheeger-Colding が難解かつ長大な論文を書いています．これにより，リッチ極限空間の局所構造などがかなり詳細に研究されました．また一方で，Lott-Villani と Sturm により，最適輸送理論の言葉でリッチ曲率の下限条件（曲率次元条件と呼ばれている）が測度距離空間上に定義され盛んに研究されていますが，それとも深く関係しています．Ambrosio-

Gigli-Savaré は，Gigli-桑田-太田によるアレクサンドロフ空間の熱流の研究を一般化して，曲率次元条件を少し強めた「リーマン的曲率次元条件」を測度距離空間に対して定義し，熱流との関係を解き明かしました．この研究には，イタリア学派による長年に渡る解析学の研究を土台として，構築されています．リッチ極限空間はリーマン的曲率次元条件を満たす典型例です．まとめると，以下のような包含関係が成り立ちます．

$$
\begin{aligned}
&\text{リッチ曲率が下に有界な完備リーマン多様体} \\
\subset\ &\text{リッチ極限空間} \\
\subset\ &\text{リーマン的曲率次元条件をみたす測度距離空間} \\
\subset\ &\text{曲率次元条件をみたす測度距離空間}
\end{aligned}
$$

これらは現在，幾何学，確率論，解析学の多くの研究者が参入し，非常に活発に研究されています．この分野に関係する研究者は Cheeger-Colding の論文の重要性を認めつつも，その詳細までを理解している研究者は少ないのですが，本多氏は Cheeger-Colding の論文の全てを完全に自分のものとし，それを下地として，下記に説明するように独自の理論を構築して深化させています．

本多氏の特筆すべき仕事として，リッチ極限空間の 1 点から出る 2 本の測地線の間の角度が定まることを証明しました．これはとてもデリケートな結果で，2 本の測地線にある条件を課す必要がありますが，その条件なしでは角度が存在しないようなリッチ極限空間の例が Colding-Naber により発見されています．さらに，この角度の存在性を応用して，リッチ極限空間に弱い意味での自然な 2 回可微分構造の存在を示しました．この結果により，リッチ極限空間上で関数やテンソル場の 2 階微分を考えることが可能となり，後の彼の研究の発展に大きく寄与することとなりました．

本多氏の最も重要な業績はテンソル場の列の収束の研究です．Gromov-Hausdorff 収束するリーマン多様体の列が与えられたとき，その列の各多様体上一つずつテンソル場をとり，それらテンソル場の列の極限テンソル場をリッチ極限空間上で考えます．従来，関数とエネルギー汎関数の収束については幾つかの研究（深谷，加須栄，桑江・塩谷など）がありましたが，テンソル場の収束はよりデリケートかつ非自明となります．実際，この収束の定義自体，および基本性質の証明も極めて非自明です．これを用いて，彼は，リッチ極限空間において Bochner-Weitzenböck 型の不等式を得ました．

その後の発展として，線形および非線形偏微分方程式の解の多様体の収束におけるある種の連続性や，ホッジ・ラプラシアンのスペクトルの収束の研究があります．これらは従

来難問とされていた問題を鮮やかに解決した驚くべき成果です．また彼は p-ラプラス作用素の p を動かしたときの多様体の収束における極限作用素を研究しました．これは等周不等式とも関係し興味深く斬新な研究です．最近は Ambrosio らと共同で測度距離空間の収束の研究へとその応用範囲を広げています．これらは皆，上記に述べた 2 回微分構造とテンソル場の収束の研究を基盤として得られたもので，如何に本多氏の理論が強力であるかを物語っています．

以上のように，本多氏は難易度の高い問題に対して，極めて独創的かつ高度な基礎理論を構築し，それを応用しながら深めていくという研究を行っています．彼の論文は分厚いものが多く，これからもけっして容易な仕事ではないことが伺えます．さらに他の研究者との交わりの中で，新しい地平も切りひらきつつあります．彼の研究は今後も益々発展・深化して行くことでしょう．