

# 授賞報告

## 2015年度日本数学会解析学賞授賞報告

2015年度（第14回）日本数学会解析学賞の受賞者が決まり、2015年9月15日京都産業大学における日本数学会秋季総合分科会において授賞式が執り行われました。今年度の日本数学会解析学賞委員会の構成は、相川弘明、青嶋誠、小川卓克、小澤徹（委員長）、示野信一、白井朋之、望月拓郎、横田智巳の8名です。受賞者とその受賞題目、受賞理由は以下の通りです。各受賞者による受賞記念講演は、来年の春季年会において関連分科会の特別講演として行なわれる予定です。なお、2015年度から解析学賞の名称は日本数学会解析学賞に変更になりました。

受賞者：杉本 充（名古屋大学大学院多元数理科学研究科教授）

受賞題目：モジュレーション空間および分散型偏微分方程式の  
平滑化評価の調和解析的研究

英文題目：Harmonic analysis for modulation and related spaces  
and smoothing estimates for partial differential  
equations of dispersive type

受賞理由：双曲型・分散型偏微分方程式の基本解を与えるフーリエ積分作用素に対する、時空評価（いわゆるストリックーツ型評価）や加藤型平滑化評価は、ユークリッド空間の部分多様体に台をもつ超関数のフーリエ変換、あるいは同様な多様体へのフーリエ変換の制限の双対としてとらえられ、調和解析の研究対象として盛んに研究されてきた。一方、線型シュレディンガー方程式の成すユニタリ群に対する函数解析的な枠組として、加藤敏夫、谷島賢二らによって発展した  $H$ -super smooth理論は、シュレディンガー方程式の解の平滑化効果として、その後、非線型問題への広汎な応用が展開され、この分野の発展を促している。杉本氏は、M. Ruzhansky氏らと共同で、これら二つの分野における評価を、主表象の比較と正準変換による新しい視点でとらえて、シュレディンガー型にとどまらず、様々な方程式の基本解を与えるフーリエ積分作用素に対して、重み係数・正則性・可積分性・補間指数といった重要な径数の相互関係と共に、一般化し、相互の関連を明らかにした。さらに、平滑化評価の最良定数とそれを達成する函数の存在を示し、これらの評価の空間次元に関する非一様性を明らかにするなど、深い成果を挙げた。杉本氏の結果により、各種分散型方程式の基本解に対する平滑化評価は、統一的網羅的に説明され、その双対として、例えば球面上へのフーリエ制限評価の最良定数などが同定されるなど、多彩な最良評価が得られている。



一方、モジュレーション空間とその類型であるアマルガム空間に対する杉本氏の実解析的研究も顕著である。モジュレーション空間はFeichtingerにより導入され、王保祥（Baoxiang Wang）により非線型シュレディンガー方程式、非線型クライン・ゴールドン

方程式の研究に初めて応用されたものである。杉本氏は富田直人氏、小林政晴氏、王保祥氏らと共に、モデュレーション空間でのスケール則の分類を行い、応用上重要な基礎を確立した。この研究から発展して、斉次ベゾフ空間との融合を担う $\alpha$ -モデュレーション空間の理論を創出し、スケール則を精密に分類した。さらに、その上での擬微分作用素や交換作用素の有界性理論を整備し、非線型問題への応用を展開している。

以上のように杉本氏は、調和解析的手法を基に、函数解析学、偏微分方程式論、実函数論にまたがる広大な分野に寄与するものであり、その優れた業績は日本数学会解析学賞に誠に相応しいものである。

受賞者：竹村彰通（東京大学大学院情報理工学系研究科教授）

受賞題目：ホロノミック勾配法に関する研究

英文題目：Studies on holonomic gradient method

受賞理由：竹村彰通氏は、統計的多変量解析についてこれまで多くの研究を行ってきた。近年は計算代数統計という新しい分野において、グレブナー基底に基づく計算代数手法の統計学への応用研究に著しい業績をあげてきた。特に、 $D$ 加群の理論に基づくホロノミック勾配法の提唱は、統計学における標本分布論の新たな手法として特筆すべきものである。



ホロノミック勾配法は、日比孝之氏をリーダーとする「現代の産業社会とグレブナー基底の調和」プロジェクトにおいて、サブリーダーの高山信毅氏を中心とするグループの研究を、竹村氏が統計学に応用することで生まれたもので、数学における分野融合的なプロジェクトの成果である。ホロノミック勾配法は、ホロノミック函数とよばれる函数のクラスに適用可能であり、函数の満たす微分方程式を数値計算に利用するものである。統計学で重要な正規分布を含む多くの確率密度函数や分布函数がホロノミック函数であり、統計学への応用範囲は広い。しかしながら、ホロノミック函数の概念が定義されたのは1990年のことで、統計学ではその概念自体、知られていなかった。他方、ホロノミック函数の背景にある $D$ 加群の理論については、柏原正樹氏をはじめとする深い研究の蓄積があり、また $D$ 加群の構成をグレブナー基底計算に帰着するアルゴリズムについては、大阿久俊則氏や高山氏による研究が進展していた。竹村氏は、これらの成果を統計学の諸問題に応用して、確率分布の基準化定数や領域確率の数値評価、最尤推定量の計算等に、微分方程式を用いた統一的な方法論を構築した。多くの適用例を与えて、数値的精度においても計算時間においても既存の手法を上回る性能が得られることを示した。竹村氏の業績は、統計学への一方向に留まらず、ホロノミック函数の特異点と微分方程式系の特異点との関係など、解析学における興味深い研究課題を提供している。

以上のように、ホロノミック勾配法という新たな研究分野を拓いた竹村彰通氏の業績は極めて独創的で解析学的手法を駆使したものであり、日本数学会解析学賞に誠に相応しいものである。

受賞者：田中和永（早稲田大学理工学術院基幹理工学部教授）

受賞題目：非線型楕円型偏微分方程式の特異摂動問題に対する  
多重クラスター解の変分法的研究

英文題目：Variational method for multi-cluster solutions to a  
singular perturbation of non-linear elliptic equations

受賞理由：田中和永氏は、変分法に基づいた非線型問題の研究に取り組み、対称型峠の補題による臨界値に対応する非線型楕円型方程式の無限個の解のモース指数による存在、特異ハミルトン系の周期問題、定常非線型シュレディンガー方程式の正值解の存在、最小エネルギー解の特徴付けなど、多岐にわたり優れた成果を挙げた。

特に、定常非線型シュレディンガー方程式のWKB近似に代表される非線型楕円型方程式の特異摂動解の凝集、多重クラスター解（multi-cluster solution）の構造と、変分汎関数との大域解析学的・位相幾何学的関係を明らかにし、特異点理論を基礎として、特異摂動により生成される多重クラスター解と変分汎関数との関連を明らかにした業績は顕著である。定常非線型シュレディンガー方程式の特異極限の解は、方程式の持つ線型ポテンシャルの臨界点近傍で凝集し定数係数定常非線型スカラー場方程式の解に漸近することが知られていたが、田中氏は極めて一般的な枠組で凝集点と汎関数の構造をとらえ、特異極限の解に対する凝集の様子を詳細に分類する定理を示した。この方法論は、線型ポテンシャルの臨界点にまつわる、局所的にエネルギー汎関数の最小に向かう勾配流を巧みに操ることで汎関数の変型を具体的に構成して凝集解の存在を示すもので、従来の方法で必要とされていた極限方程式の解の一意性や非退化性などの様々な制約を取り除いた独創的な手法であると共に、変分法本来の直感的な方向性を備えているという点で極めて優れている。

田中氏はこれらの仕事を発展させて、ポテンシャル項の臨界点における位相幾何学的構造を反映した多重クラスター解の変分法的構成を行い、また非線型項にソボレフ臨界となる一階微分の自乗の項を含むような問題に特異摂動法を拡張して非線型楕円型偏微分方程式の解を構成するなど、興味深い成果を挙げている。

以上のように田中氏の研究は、変分法に対する深い洞察と斬新な発想に基づいており、その優れた業績は日本数学会解析学賞に誠に相応しいものである。



(2015年度日本数学会解析学賞委員会 委員長 小澤徹)