清水扇丈氏（静岡大学大学院理学研究科教授）の Friedrich Wilhelm Bessel Research Awards (Alexander von Humboldt 財団・ドイツ) 受賞によせて

早稲田大学理工学術院
小薗　英雄

ドイツの有名な学術組織である Alexander von Humboldt 財団が授与する Friedrich Wilhelm Bessel Research Awards（以下 Bessel 賞と略記）の 2014 年度の受賞者に清水扇丈氏が選ばれました．Bessel 賞は毎年約 20 人を対象に，国際的に活躍し，世界最先端の研究成果を生み続けかつ専門の領域を超えて今後も活躍が期待できる研究者に授与される賞です．受賞資格は学位取得後 18 年以内であり，ドイツの研究機関に在職する研究者が Humboldt 財団に推薦することにより，選考委員会の審査に付されます．受賞賞金額は 45,000 ユーロで，受賞者は半年から一年間ドイツの研究機関に招待され，そこで研究に従事することが奨励されています．
（http://www.humboldt-foundation.de/web/bessel-award.htm）

清水氏の専門は偏微分方程式論です．特に流体力学に現れる基礎方程式の数学解析でこれまで顕著な業績を挙げてこられました．Bessel 賞受賞理由は，

「Navier–Stokes 方程式の自由境界問題
R-有界性，作用素 Fourier-multiplier の定理，最大正則性理論に対する貢献」

です．Navier–Stokes 方程式は流体の運動方程式であり，非線形偏微分方程式の代表格として知られています．その解法は困難を極め，大きなデータに対する時間大域的な正則解の存在定理は，2000 年にアメリカの Clay 研究所から「次の千年に人類が挑戦すべき数学のミレニアム 7 問題のひとつ」として 100 万ドルの懸賞金付きで提唱されましたことは記憶に新しいと思います．
（http://www.claymath.org/millennium-problems）
清水氏はこの難攻不落な Navier–Stokes 方程式に対して，解析学の抽象論である最大正則性定理を駆使してこれまで多くの研究成果を得られました．最大正則性は 1980 年代後半から今日まで盛んに研究された数学解析の理論です．元来は線

形放物型方程式の初期値－境界値問題に対する解の L^p-空間におけるアプリオリ評価式であり，古典的な結果としては，Ladyzhenskaya–Solonnikov–Uralceva による $L^p(0,T;L^p(\Omega))$ における評価式が有名です．彼らの結果は，空間領域 Ω と時間 $(0,T)$ の可積分指数が同じ値 $1<p<\infty$ であることに制限がありました．当初この評価式は，楕円型境界値問題の解の $L^p(\Omega)$ におけるアプリオリ評価式の放物型バージョンと見なされていました．ところが 1987 年に Dore–Venni は，この線形偏微分方程式の結果を，抽象的な関数解析の定理として発展させ，ζ-凸な Banach 空間 X において稠密な定義域をもつ閉作用素 A が解析的半群 $\{e^{-tA}\}_{t\geq 0}$ を生成し，かつ純虚数冪 A^{it} の作用素ノルムが $t>0$ について有界であるならば，$L^s(0,T;X)$ において，偏微分方程式に対応する評価式が成立することを証明しました．ここで重要なことは，$1<s<\infty$ は任意に選ぶことができることでることに加え，例えば $X=L^p(\Omega)$, $A=-\Delta$（Laplace 作用素）ととることにより，これまで基本解を構成し複雑な計算を経て証明されていた放物型方程式の解のアプリオリ評価式を抽象的な関数解析学の枠組みで見事に再現すると同時に，より一般化させたことです．丁度その 2 年前の 1985 年に儀我により，Stokes 作用素の L^p-理論が確立され，将に解析的半群や純虚数冪といった作用素論的な取扱いが流体力学の基礎方程式に対して開花した時期でした．Dore–Venni，儀我等の先駆的な定理が発見されて以来，この最大正則性定理が成り立つための空間 X と作用素 A に対する様々な条件が研究されました．UMD-空間，$\mathcal{R}$-有界性，H^∞-カリキュラスなどの新しい概念が次ぎ次と提唱され，20 世紀後半から今世紀前半における最も顕著な関数解析学の成果と言っても過言ではないでしょう．

清水氏はこのような数学解析の研究の潮流の中で常に中心に存在し，世界の最前線で活躍をされてこられました．例えば，2 次元空間 $\mathbb{R}^2$ における Drift-Diffusion 方程式や Keller–Segel 方程式系については，Hardy 空間 $\mathcal{H}^1(\mathbb{R}^2)$ および Besov 空間 $\dot{B}^0_{1,2}(\mathbb{R}^2)$ において初期値問題の局所適切性を証明しました．その基礎は非回帰的 Banach 空間における最大正則性定理です．更に最近では，熱方程式の端点評価式として $L^1(0,T;\dot{B}^0_{p,1})$ における最大正則性定理を確立し，より一般的な変数係数をもつ放物型方程式の初期値問題への拡張に成功しました．これらの定理の証明には，Fourier-multiplier 定理，Littlewood–Paley 分解といった調和解析学の手法が随所に用いられ，清水氏の解析学全般に渡る幅広い知識が背景にあります．

Navier–Stokes 方程式の自由境界値問題に関しては，古典的には Solonnikov,

Beale，西田等による基本解を用いた解法が知られていました．しかし彼らの手法は，Hölder 空間における解のアプリオリ評価式を基本解の各点評価から導出するといった複雑な計算を必要としています．これに対して清水氏は，L^p-最大正則性定理を用いて局所解の構成に成功しました．同氏の L^p-最大正則定理の適用が，Navier–Stokes 方程式の自由境界値問題の研究を著しく発展させました．実際，通常の時間に依存しない固定境界の領域における初期値－境界値問題の局所可解性は，藤田–加藤，儀我–宮川等による Stokes 作用素の L^p-空間における解析的半群の範疇で取り扱うことが可能でした．これは，Navier–Stokes 方程式が主要項に非線形性を有しない半線形方程式であることに依存しています．一方，自由境界値問題の取扱いは，時間依存する未知の境界を半澤変換をもちいて固定境界に帰着することを余儀なくされます．変換された方程式は主要項にも低階の非線形性を有する準線形型となるため，解析的半群と比較してより強い特異性を取り扱うことを可能とする最大正則性定理が威力を発揮します．時間局所解の構成に加えて，相転移が起こる 2 相問題の定常解の漸近安定性および不安定性を，領域の位相幾何学的な形状から決定する判定条件を発見するなど，清水氏の研究は流体力学の基礎方程式の分野で高く評価されています．実際，2012 年には日本数学会・函数方程式論分科会より「放物型方程式の最大正則性原理と流体の自由境界値問題」を業績題目として，第 4 回福原賞を受賞されました．（http://www.math.kobe-u.ac.jp/dfe/）
今回の Bessel 賞受賞はその後に研究を更に発展させ業績が，世界，特にドイツの数学界に評価されたためと思われます．

授賞式は The 42nd Symposium for Research Award Winners（2014 年 3 月 20 日～23 日　於：Bamberg）で開催されました．残念なことに，Humboldt 財団のホームページには Bessel 賞の受賞に関する記載は僅少です．察するに日本だけではなく，国際的にも数学の分野において同賞を受賞された研究者は清水氏おひとりだと思われます．今回の清水氏の受賞は日本数学会にとっても大きな喜びでもあると同時に誇りでもあります．理系の女性研究者の育成が日本の国家的目標であることが叫ばれて久しいですが，清水氏は正にそのような女性研究者の素晴らしいモデルとも言えましょう．立派な研究業績に加えて 2 人のお子さんの育児も同時にこなすなど，正に仕事と家庭を両立させている女性の理想像です．後進の若手女性研究者の憧れの目標となると思われます．益々のご発展を期待して止みません．