

書 評

ハイゼンベルクの顕微鏡 —不確定性原理は超えられるか—

石井茂 著，日経 BP 社 出版，2006 年

京都大学数理解析研究所 小嶋 泉

「小澤正直氏の業績を紹介した本」ということで本書の書評をお引受けしたのだが、「小澤正直氏の業績紹介」という部分については、最初に次の2点をお断りしておくのがフェアかも知れない：

1) 「これは、読み終わった後不満全開……小澤の不等式について説明してくれるんじゃないの? というのがまず思うこと」という評が web 上にある¹。実際、全 272 ページのうち、小澤不等式に関する記述は「はじめに」(pp.11-12) および第7章・第8章 (pp. 201-263) の約 60 ページほどの分量、つまり 1 / 4 弱で、専ら小澤の不等式だけに議論を限定して書かれた本ではないということ。もう1点、

2) 「小澤の不等式が正しいこともまた、完全に証明されたとまでは言えない。物理学では実験による検証が不可欠だから」(p.12)，第8章末節「小澤の不等式は実験的に検証されるか」(pp. 262-263) という記述が繰り返されるように、この本の出版は 2006 年初頭。その実験的検証が成功したとのニュースが世界を駆け巡った 2012 年 1 月 15 日に先んじること 6 年という時間的ズレの問題がある。後者を含めた小澤不等式全体に互る解説書をこの本に求めた読者には、この2点が期待外れになるのは確かに否めない。

ただし評者は、そのせいで本書の価値が下がるとは考えない。量子力学形成期から小澤不等式に至る過程の解明に十分な眼を向け、それを最近の研究に縦横に活かす小澤氏（以下、敬称略）の基本戦略全体の中では、前史の見直しという課題にもしかるべき重要な位置づけが与えられ、不可欠の役割を果たしている。実際その成果は、上記 web の記述者も認める通り「そのわき道であるところの、量子力学の歴史は非常に面白く、量子力学および不確定性原理が形成される歴史的過程が手に汗を握るように活写され、その展開を追い掛けるだけでも十分楽しめる内容を実現する上で大きく寄与したはずである。しかもよく気をつければ、実はこの歴史の背景描写が、簡潔にして非自明な小澤不等式を逆照射する形でその大きな歴史的意義を浮き彫りにすることに寄与している。更に、早い時期から小澤本人が重視していた「小澤不等式の実験的検証」が担うべき自然科学としての重大な意義を、この本の著者も正しく位置づけていたこと。評者はこれら諸点を多としたいと思う。

さて、小澤の不等式とはどういう意味を持ったどんな不等式か？どんな数学的仕組みになっているのか？ということを中心に振り返っておこう。いわゆ

¹この記事の存在は、量子論的不確定性に深い関心をお持ちの一瀬孝先生（金沢大名誉教授）からご教示頂いたもので、関連する議論を含め、この場で評者の謝意を申し上げたい。

る「観測問題」とは、基本的に[マクロからミクロをのぞき見る]ことしかできないマクロ的存在である人間が、実験観測を通じて如何にして見えないミクロ量子の世界を見る(=観測)か?を問う難問題で、長らく合理的扱いを阻む悪名高き問題として知られてきた。小澤は Davies-Lewis が'70年代初めに定式化した instrument という数学的概念に完全正值性という重要な改良を加え、'80年代前半、それを理論の基礎に据えて、多くの人々を悩ませてきた「波束の収縮」の概念にも '90年代までに合理的決着をつけ、有限自由度量子系に関する物理的数学的に整合的な量子測定過程論を完成させた。それによると物理量 \hat{A} の量子測定過程とは、対象系の状態ベクトルから成る Hilbert 空間 \mathfrak{H} において \hat{A} を記述する自己共役作用素 A 、測定系を記述するもう一つの Hilbert 空間 \mathfrak{K} があって、両者の測定相互作用を記述するテンソル積空間 $\mathfrak{H} \otimes \mathfrak{K}$ 上のユニタリー作用素 U および \mathfrak{K} 上の自己共役作用素 M が存在して、 $U^*(1 \otimes M)U$ という両系の結合によって、物理系の測定量 $A \otimes 1$ のスペクトル分解と M のそれとの(完全)相関が作りだされる(=「波束の収縮」)結果、 M の値を読み取ることで測定値の読み出しが実現する、という仕組みになっている。その意味で、 $N(A) := M^{out} - A^{in} = U^*(1 \otimes M)U - A \otimes 1$ を対象系と合成系との初期状態 ω で評価した量 $\varepsilon(A, \omega) := \sqrt{\omega(|M^{out} - A^{in}|^2)} = \sqrt{\omega(|N(A)|^2)}$ が「誤差」として了解される。このとき、 A と非可換な物理量 B を「同時に」測定しようとするれば、「攪乱」 $\eta(B, \omega) := \sqrt{\omega(|D(B)|^2)}$ を生じる。ただし $D(B) := B^{out} - B^{in} = U^*(B \otimes 1)U - B \otimes 1$ 。そこで、 $\sigma(C, \omega) := \sqrt{\omega(|C - \omega(C)|^2)}$ により物理量 C の状態 ω における標準偏差を定義すれば、交換関係

$$\begin{aligned} 0 &= U^*[1 \otimes M, B \otimes 1]U \\ &= [U^*(1 \otimes M)U, U^*(B \otimes 1)U] = [N(A) + A^{in}, D(B) + B^{in}] \\ &= [N(A), D(B)] + [N(A), B^{in}] + [A^{in}, D(B)] + [A^{in}, B^{in}] \end{aligned}$$

から従う

$$\varepsilon(A, \omega)\eta(B, \omega) + \varepsilon(A, \omega)\sigma(B, \omega) + \sigma(A, \omega)\eta(B, \omega) \geq \frac{1}{2}|\omega([A, B])|$$

が小澤の不等式である。この不等式の正しさだけでなく、左辺第1項だけ残したハイゼンベルク不等式は破れているということが、ウィーン工科大学・長谷川祐司氏によって昨年1月実験的に証明された。

不等式のカラクリそれ自体は簡明だが、重要なことは、その各項が操作的文脈で担う統計学的・物理的意味である。量子論の長い歴史において、そのような正確な概念把握を物理学の理論・実験に携わる物理学者はないがしるにして見落とし、元々物理学者ではなく数学者、数学基礎論・情報理論研究者だった小澤がそれを成し遂げたのである。こうした分岐点をなす少数の重要な概念・量とその数学的關係さえきちんと押えれば、「権威ある教科書、解説書」に頼らずとも、後は小澤自身の経験に倣って各人各人が自分の頭とエンピツを使って思

考の翼を拡げればよいのではないだろうか？

その前提となる人間の自然認識における量子論とその論理の非自明性，そしてそれが古典物理学と「古典論理」を培地として発見されるほかなかったという当然の歴史的事情に由来する量子力学形成過程の非自明性の理解については，天野清，高林武彦らの名著による歴史記述が知られているが，それを物理理論の「内側」から展開するには，D. Bohm「量子論」や朝永「量子力学」第1巻のような長い記述が必要になる．この過程は一刻も早く研究の「最前線」に辿り着きたい若者を焦燥に駆り立てる「難所」であり，誰もそんな面倒な道はパスして，“rules of the game”だけ教えて欲しい，というのが偽らざる「本音」に違いない．「理論」が全て確立し「応用」を目指すだけで十分，という「通常科学の時代」なら，そういう「カンニング」も十分通用したかも知れない．幸か不幸か，小澤不等式の発見とその検証を巡る生きた現代史が我々に開示する内容的核心は，そうした安定期が終わり別の安定期に向けて今まさに動き出そうとするその瞬間，その面白さにこそあるのではなからうか？その意味でも，本書の量子力学形成史の記述は秀逸である．

最後に正確さを期すため，著者の思い違いの幾つかを訂正して，この短い書評を締め括りたい．

p.47 9行目：「 n 行目で m 列目の位置」 \Rightarrow 「 n 列目で m 行目の位置」

p.48 図： x_{32} 準位3から準位2への遷移（確率に関わる）量

\Rightarrow 準位2から準位3への遷移振幅

p.50 「パスカル・ヨルダン」 \Rightarrow 「パスクワル・ヨルダン」

p.66 4行目： $H = \frac{\hbar}{2\pi i} D \Rightarrow H = i \frac{\hbar}{2\pi} D$

p.126 左から6行目：「偏光の混合」 \Rightarrow 「偏光の重ね合わせ」

p.128 2行目-3行目：「光子Aが，光子Bに関する知識を持つ前に」

\Rightarrow 「光子Aが，光子Bの状態との相関を持つ前に」

p.199 左から4行目：「荒木は量子力学の数学的基礎付けに大きな実績」

\Rightarrow 「荒木は量子場理論の数学的基礎付けに大きな実績」

pp.199-200：「観測問題への日本人物理学者の貢献」について，そこで得られた「波束の収縮」概念は，小澤が鋭く批判した Wigner の定式化によるもので，小澤の定式化とは文脈・内容・本質を異にする．そこに現れる超選択則も，測定値に直結した物理的意味の明確なもの²ではなく，「波束の収縮」をもたらす機能のみを負わされたもの，という点は要注意．

p.235 左から7行目：ケナード・ロバートソンの不等式に現れる標準偏差 σ について「量子が持つ性質を表す量」とあるのは，「量子状態が持つ性質を表す量」と言うのが適切では？

²測定値に直結する超選択則と測定データを可視化する増幅過程および小澤の「波束の収縮」に基づく無限自由度量子系の測定過程については，評者による「量子論の基本概念：その物理的解釈と超選択則」(『数理科学』2002年7月号)；「量子場の観測過程」(『数理科学』2005年10月号)等をご覧ください．