高橋篤史さんの文部科学大臣表彰若手科学者賞受賞に寄せて

神戸大学大学院理学研究科
齋藤政彦

大阪大学理学研究科の高橋篤史さんが「特異点理論におけるミラー対称性の研究」に関する業績により，平成 24 年度科学技術分野の文部科学大臣表彰若手科学研究者賞を受賞された．2010 年度日本数学会賞建部賢弘賞特別賞に続く受賞であり非常に喜ばしい事である．15 年以上前に私が神戸で開催した泊りがけの勉強会の折に，当時京大数理研の齋藤恭司さんから「若くて優秀な学生がいるが連れて行っていいか」と聞かれた時以来のお付き合いであったと記憶するが，その後，細野忍さん（東大数理）と 3 人で共著論文を書いたり，国内外の関連する研究会で出会い，数学や数理物理の話題を議論する機会に恵まれた．近年は，残念ながらお互い忙しく，昔の様に頻繁に議論する機会がないのが残念である．高橋さんの最近のお仕事は，特異点理論の圏論化というべきものであり詳細な解説は私の能力を超えているが，その研究の軌跡と業績を簡単に紹介させていただき祝意を表したい．

高橋さんの研究の基本テーマは，受賞理由にあるように,「ミラー対称性」と「特異点理論」である．まずこの二つのテーマの背景を説明したい．Calabi–Yau 多様体 X の量子コホモロジー環は，X への代数曲線からの写像の数を数え上げる Gromov–Witten 不変量（以下 GW 不変量）により位相的なコホモロジー環の cup 積の構造の変形して得られるが，それがある別の Calabi–Yau 多様体 Y（ミラー対）の変形族の周期積分の漸近展開により計算できる例が Candelas たちにより報告され，一般の Calabi–Yau 多様体についても成立するだろうというミラー対称性予想が提出された．1994 年に，Kontsevich はこの予想を,「シンプレクテック多様体のフレアーコホモロジーから定まる深谷圏と，そのミラー対の連接層の導来圏が，圏同値であろう」というホモロジー的ミラー対称性予想に拡張した．

1990 年代初頭，物理学，特に超弦理論や位相的場の理論から，多くの本質的な提案があり上記のミラー対称性や WDVV 方程式等を通じて，代数幾何，微分幾何，可積分系等の様々な分野の数学に刺激を与えていた．Dubrovin はこの様な状況において，公理的にフロベニウス構造という概念を導入したが，この概念を用いると，ミラー対称性は，量子コホモロジーが定義するフロベニウス構造と複素多様体の変形が定義するフロベニウス構造の間の不思議な同型として捉えられる．一方，齋藤恭司さんは，それより 10 年以上前の 1980 年の Harvard 大学のプレプリント「On the period of primitive integrals, I」により，複素超曲面孤立特異点の原始型式・積分の理論を導入し，特異点の普遍変形空間の接ベクトル空間に平坦構造という構造を定義していた．この構造が本質的にはフロベニウス構造であることから，位相的場の理論と特異点の普遍変形空間および原始型式の理論が結びつき，さらにミラー対称性の理論の発展もあり，大きな脚光を浴びていたのが 1990 年代前半であったと記憶している．この流れを受けて，1996 年 12 月に第 38 回谷口シンポジューム「Topological Field Theory, Primitive Forms and Related Topics」が京都で開催されたが，物理学と数学の活発な研究交流がその報告集から伺える．高橋さんは，1996 年 4 月に京都大学理学部から飛び級で京大数理研の修士課程学生となり齋藤恭司さんの指導を受けることになる．

齋藤恭司さんの評価どおり，高橋さんは優秀であり，修士論文において，種数 0 の重力と couple した位相的 Landau–Ginzburg 模型が齋藤恭司さんのある種の原始型式の理論と同等であることを示した．一方，物理のモデルにおいては，自己双対性や異なるモデルの間の同等性という意味での対称性が多く発見されていた．齋藤恭司さんは ADE 型特異点の自己双対性やアーノルドの例外特異点の strange 双対性を含む形で Regular weight systems における双対性を発見していたが，高橋さんは，上記の物理のモデルとの同等性を通じて，この双対性の解釈を与えた．この結果は，修士論文提出前の 1998 年の 1 月プレプリントサーバーに送られ，翌年 CMP から出版された．その後数理研の博士後期課程に進学し，博士 2 年で中退し，1999 年 7 月に数理研の助手となり，2007 年 4 月，大阪大学理学研究科の講師，2007 年 10 月に准教授に昇進され現在に至っている．

1999 年と 2001 年に発表された一般種数の GW 不変量の数え上げの相関関数に関する正則アノーマリー方程式，GW 不変量と BPS 不変量に関する Gopakumar–Vafa 予想の研究は，細野さん，高橋さんと私の共同研究である．2 つの有理楕円曲面のファイバー積で得られる Schoen の 3 次元 Calabi–Yau 多様体について，相関関数の一部の具体的計算を行い，またミラー対称性を仮定して，微分方程式の計算から，正則アノーマリ方程式を確かめ，さらに膨大な量の計算結果を蓄積した．最終的に D-brane のモジュライ空間の観点から BPS 不変量の数学的定義の提案，それによるいくつかの例に対する Gopakumar–Vafa 予想の検証，BPS 不変量の相関関数に有理楕円曲面の点の Hilbert 概形の位相的オイラー数に関する Göttche の公式のスピン付き版としての解釈を与えた．証明に，交差コホモロジーの射影射による分解定理，Jacobi の三重積公式などが自然に現れるなど興味深いものであった．この二つの論文で Gopakumar–Vafa 予想をいち早く検証した点，また Donaldson–Thomas 不変量などの関係を指摘した点などにおいて，この方向の研究の先駆的な仕事である．

その後，高橋さんは，ホモロジー的ミラー対称性を基礎にし，齋藤恭司さんの特異点の理論を圏論的なレベルで定式化するという研究を行った．この方向では，2007 年の梶浦さん，齋藤恭司さんと高橋さんの共著で ADE 型特異点の次数付き行列分解の三角圏と，対応する Dynkin quiver の path algebra 上の有限生成右加群の導来圏は同値であることを示した．その後 2009 年の 3 人の共著により，アーノルドの 14 の例外型を含む 22 種類のクラスからなる $\epsilon = -1$ に対応する特異点に対しても次数付き行列分解の三角圏を研究し，この圏が良い生成系 (strong exceptional collection) をもち圏論的な記述により現在までの双対性等の深い理解が可能になる事を示した．この方向を推し進め，ホモロジー的ミラー対称性の観点からオービフォールド射影直線のミラー対がカスプ特異点であることを発見し，この観点によりアーノルドの奇妙な双対性（およびその一般化）を説明できることを示しした．これは 2010 年の ASPM の論文および，2011 年の Ebeling さんとの共著論文（Compos. Math.）等の仕事である．これらの仕事により，特異点に関する原始形式の理論を圏論的な定式化で自然に拡張し，ホモロジー的ミラー対称性が自然に捉えられる様になった事は大きな理論の進歩である．

最後に，高橋さんが健康に留意されて，益々活躍されることを祈念して筆を置く．