授 賞 報 告

2009 年度 解析学賞受賞者

2009 年度（第８回目）解析学賞の受賞者が決まり，2009 年 9 月 26 日，大阪大学における日本数学会秋季総合分科会において授賞式が執り行われました．今年度の解析学賞委員会の構成員は，小谷眞一（委員長），尾畑伸明，小磯深幸，小薗英雄，柴田良弘，神保雅一，平地健吾，宮地晶彦の８名です．受賞者とその業績題目，受賞理由は以下の通りです（あいうえお順）．各受賞者による受賞記念講演は，来年度の春季年会において関連分科会における特別講演として行われる予定です．

相川　弘明（北海道大学大学院理学研究院）

業績題目　　複雑領域上のポテンシャル論の研究

受賞理由　　相川弘明氏の主な業績は，ユークリッド空間の領域の境界近傍での調和関数の解析的性質と領域の幾何学的性質との関わりを明らかにするという研究テーマに関するものである．領域が球などの場合には，調和関数に関する古典的な結果として，正値の調和関数が境界のほとんどいたるところで非接境界値を持つこと（Fatou の定理），正値調和関数は境界上の測度の Poisson 積分として一意的に表されること（Riesz–Herglotz の定理），二つの正値調和関数の境界近傍での値の比較に関する境界 Harnack 原理，などがよく知られている．1960 年代以降の多くのポテンシャル論研究者の関心は，これらの基本的な結果が，滑らかでない境界を持つ領域の場合にどこまで一般化されるか，という問題であった．この問題に対して相川氏は，フラクタル状の境界をもつ領域など非常に広いクラスの複雑な境界を持つ領域において基本的な結果が成立することを示した．この一般化はそれ自身重要なポテンシャル論の成果であるが，相川氏はさらに進んで，逆に，それらの領域の幾何学的性質は調和関数のポテンシャル論的性質が成り立つために必要である，といういくつかの結果を示した．例えば，John 領域と呼ばれる領域は調和測度の或る評価によって特徴付けられ，一様領域は一様境界 Harnack 原理で特徴付けられる．また，John 領域のうち相川氏の導入した準一様領域は，調和測度の強 2 倍条件で特徴付けられる．また，相川氏は領域の位相的な境界点に対応する理想境界の点の個数を領域の John 定数によって評価する結果なども示している．相川氏のこれらの結果は，幾何学的解析学を含む広い分野の最近の解析学を統合し深い考察を行って得られたもので，ポテンシャル論に関する革新的かつ重要な意味をもつ成果であり，解析学賞にふさわしいものである．

略歴：１９５６年生，１９８０年　広島大学大学院博士課程前期修了，１９８６年　理学博士（学習院大学）取得

小川　卓克（東北大学大学院理学研究科）

業績題目　　実解析的手法による臨界型非線形偏微分方程式の研究

受賞理由　　小川氏は広汎な関数空間における様々な臨界型不等式を自らの手で導出し，それを非線形偏微分方程式の解法に応用するという研究で多くの成果を挙げている．例えば，臨界型 Sobolev 空間における Gagliardo–Nirenberg 型補間不等式と，それと同値な Trudinger–Moser 型不等式を最良定数とともに導出し，その応用として，複素係数を持つ Ginzburg–Landau 方程式の初期値境界値問題の弱解が一意的であることと，粘性係数がゼロになる極限で，非線形 Schrödinger 方程式のエネルギークラスの弱解に収束することを証明した．また，優臨界における Brezis–Gallouet–Wainger–Ozawa 型不等式を斉次 Triebel–Lizorkin 空間における不等式の系として導出した．応用として，球面上に値をとる 2 次元調和写像流の滑らかな時間局所解の延長可能性は，関数の平均振動ノルムの有界性によって支配されることを証明した．また，同ノルムによる弱解の正則性のための十分条件についても新たな指標を与えている．小川氏が提唱したこれらの関数空間は，スケール変換の観点からも臨界ケースを取り扱っている最適なものである．

調和解析学においては，Hardy 空間論自身の研究は現在では古典論となりつつあるように見えるが，非線形偏微分方程式の研究においては，未だその有用性は健在である．小川氏は 2 次元 drift-diffusion 方程式について，方程式のスケール変換則を不変にする初期条件の空間と，時間大域解存在の構成に有用な entropy 汎関数を両立させる関数空間として，Hardy 空間より広いある斉次 Besov 空間を導入し，Littlewood–Paley 分解と実補間空間論を駆使して，熱半群の端点評価式を確立した．応用として，2 次元 drift-diffusion 方程式の初期条件が Hardy 空間に属するとき，その時間局所解，およびノルムが小さいときの時間大域解の一意存在を示した．この熱半群の端点評価式は，今後 Navier–Stokes 方程式等他の非線形偏微分方程式への応用についても期待できるものとして注目されている．

このように，小川氏は力強い実解析学の手法により，難解な非線形偏微分方程式の解法に対してスケール不変性に代表される臨界型に肉迫する多くの素晴らしい研究成果を挙げており，これらの業績は解析学賞に相応しいといえる．

略歴：１９６３年生，１９９０年　東京大学大学院理学研究科博士課程退学，１９９１年　理学博士（東京大学）取得

西谷　達雄（大阪大学大学院理学研究科）

業績題目　　双曲型偏微分方程式の初期値問題に関する研究

受賞理由　　偏微分作用素は対応する特性方程式の幾何的な性質から楕円型，放物型，双曲型などに分類される．偏微分作用素に対する初期値問題が C^∞ な解を一意的にもつとき C^∞ 適切であるという．時間に関して未来にも過去にも C^∞ 適切であれば偏微分作用素は双曲型でなくてはならないことは，Lax–Mizohata の定理として知られている．問題は双曲型方程式の C^∞ 適切性である．定数係数作用素や，対称双曲系，Strictly hyperbolic operator に対する理論は 1970 年初頭までに完成した．Strictly hyperbolic operator でない場合について西谷氏は長年に亘り顕著な業績をあげてこられた．実際 Strictly hyperbolic operator でない場合の最初の顕著な結果は 1970 年代後半の Ivrii–Petkov による強双曲型ならば効果的双曲型であるという結果である．ここで強双曲型とは任意の低階項をつけても C^∞ 適切になる作用素をいい，効果的双曲型とは主シンボルの幾何的な特徴付けの一つである．1980 年代に岩崎氏と西谷氏により全く異なる方法により効果的双曲型ならば強双曲型であることが示された．これは双曲型方程式の適切性に関する基本命題である．

これにより非効果的双曲型の場合の問題が残された．最近西谷氏はエネルギィー積分法と超局所解析に加え幾何的に精緻な考察を重ねる方法により多くの困難を克服し，低階項に Levi 条件を付け加えれば C^∞ または Gevrey 5 の関数クラスで適切であることや，Levi 条件がない場合は Gevrey 3 または 4 の関数クラスで適切であることを示した．これらの結果は双曲型方程式の分類を完全にするものであり，またその研究方法はこれからの研究のあり方を方向付ける重要なものである．以上に述べた西谷氏の業績は解析学賞にふさわしいものである．

略歴：１９５０年生，１９７９年　京都大学大学院理学研究科博士課程退学，１９８０年　理学博士（京都大学）取得

（2009 年度解析学賞委員会　委員長　小谷眞一）