

渡辺信三先生へのパリ第6大学名誉博士号授与に寄せて

重川 一郎 (京都大学大学院理学研究科)

渡辺信三先生は、2007年11月にパリ第6大学から名誉博士号 (Doctor Honoris Causa) をお受けになりました。先生と同じ確率論の分野で学び研究している者として大変喜ばしいニュースであり、心よりお祝い申し上げます。後の業績の紹介のところでも述べますが、パリ、あるいは広くフランスは、P. A. Meyer 教授などを中心としてマルチンゲールやマルコフ過程に関する精緻な研究が行われたところであり、これらのテーマは渡辺先生の研究に大きくかかわっています。またこの地は Malliavin 解析の生みの親である P. Malliavin 教授の活躍された場所でもあり、渡辺先生の Malliavin 解析への貢献の大きさを考えれば、パリ第6大学の名誉博士号は先生に誠にふさわしいもので、まさに当を得たものという感を深くします。このたび数学通信よりこのような場を与えていただきましたので、渡辺先生の経歴を振り返りながらそのご業績を紹介させていただきます。

渡辺信三先生は1935年に京都市にお生まれになり、1958年3月に京都大学理学部を卒業されました。その後京都大学理学部助手となられ、京都大学教養部講師、京都大学理学部助教授を経て京都大学理学部教授となり、40年近くに渡って確率論の研究と教育に従事され、1999年3月に京都大学を退官されました。その後立命館大学で再び教職に就き、研究と後進の指導にあたって来られましたが、2006年3月にこちらの方も退職されています。現在は教鞭はとっておられませんが、今なお確率論の研究を精力的に続けられておられます。

続いて先生のご業績について紹介させていただきますが、先生のご研究は多方面にわたり、限られた紙面の中でそのすべてを紹介することは困難です。その中から幾つか代表的なもののみを紹介させていただきます。まず先生は1960年代に、池田信行氏、長沢正雄氏らと分枝過程の研究を精力的に行いました。この時期は日本における分枝過程の研究における高揚期であり、渡辺先生は池田信行氏、長沢正雄氏らとともに日本における研究の指導的な位置を占め、その中で従来の分枝マルコフ過程の概念を大幅に拡張しそれらが死滅的であるための条件を与えるなどの重要な結果を続々と出されました。更に、1968年にはこれらの分枝マルコフ過程が、時間と質量を適当にスケール変換して極限を取ることで、測度の値を取る確率過程に収束するという極限定理を示しました。これは連続相空間 (測度の空間) の上に、分枝性を持つ確率過程が離散系の極限として自然に得られることを示したものです。やや遅れて D. A. Dawson も同種の確率過程の考察を行ったので、これらの確率過程は Dawson の名と共に、Dawson-Watanabe 過程と呼ばれる

こともあります。近年では super process や super diffusion という名の下で E. B. Dynkin などが精力的に研究を進展させており、今なお世界各地で研究が継続されています。先生の仕事はこうした研究の端緒を開いたもので、優れた独創性を持った先駆的なものであったことは間違いありません。

次に先生の重要な業績は伊藤清先生により創始された確率解析学を本質的な点において発展させたと言うことであります。その一つがマルチンゲールに基づく確率積分の理論であります。既に1940年代に伊藤清先生は Kolmogorov が提起した Markov 過程を定める問題を解くために確率微分方程式を考え、その定式化のためにブラウン運動に基づいた確率積分の概念を導入していました。さらにブラウン運動の関数に対する一種の変数変換の公式を証明しました。この公式は伊藤の公式と呼ばれ、具体的な計算を行うときにしばしば用いられる最も重要な公式となっております。これらの伊藤先生の仕事は、正にここから確率解析が始まると言っても過言でないほど、後の確率論にとって基本的な成果であり、近年の数理ファイナンスへの目覚ましい応用にまで繋がる時代を画す大きなものでありました。この功績により、伊藤先生が2006年に第1回 Gauss 賞を受賞されたことは我々の記憶にまだ新しいところがあります。この伊藤先生の仕事の後、1950年代から60年代にかけては、マルコフ過程やポテンシャル論の研究が主流となり、その中で P. A. Meyer によって優マルチンゲールの分解定理が証明されました。マルチンゲールは公平な賭けの一般化と言うべきものでありますが、この概念の確率論の中における重要さは J. L. Doob などの研究を通して多くの研究者の共通認識となってきていました。そして優マルチンゲールの分解定理は、離散パラメータの場合に既に Doob によって注意されていました。Meyer の研究はこれが連続パラメータの場合でも成立することを示したものであります。マルチンゲールから派生して、優マルチンゲールや劣マルチンゲールが自然に定義されますが、これらは調和関数や優調和関数、劣調和関数との類似性があり、Doob や Meyer の研究は、そのアナロジーの一面とも見ることが出来ます。渡辺先生は、国田寛氏とともに、この Meyer の定理が確率積分の一般化に有用であることを見出し、この定理の結果を用いて確率積分の概念がブラウン運動からより一般のマルチンゲールにまで拡張できることを示しました。さらに伊藤の公式を、マルチンゲールに対しても証明しました。この理論は、ブラウン運動に対して示されていた公式を、一挙にマルチンゲールの枠組みにまで広げ、これによって確率積分の理論はより一般的で使いやすいものに整備されたのです。これ以後確率積分の定式化はマルチンゲールの枠組みで行われることが主流となり、半マルチンゲールという確率過程のクラスが、様々な計算が自由に行える基本的なクラスであることが認識されました。応用上重要なクラスはすべてここに含まれていると言っても過言ではありません。

この研究の他にも山田俊雄氏との共同研究での確率微分方程式の解の一意

性についての結果や, excursion の空間上の point process を用いての Wentzell の境界条件を持つ拡散過程の構成など, 渡辺先生は重要な仕事を数多くなされていましたが, そうした中での大きな出来事といえば, P. Malliavin による Malliavin 解析の出現でしょう. この Malliavin 解析においても, 渡辺先生は大きな仕事をされています. Malliavin はもともと確率論を専門としていた訳ではなく, むしろ調和解析の専門家とでも言うべき研究者ですが, 確率論に対しても大きな興味を持っていました. そして 1976 年に伊藤清先生が京都で開催した確率微分方程式の国際シンポジウムに参加し, その報告集に後に Malliavin 解析と呼ばれることになる無限次元解析の理論を提出したのです. この論文は Hörmander 型の微分作用素の準楕円性を論じたものではありますが, Wiener 空間上の微積分と呼ぶべき無限次元解析を用いた斬新な方法によるものでした. 渡辺先生はいち早くこの仕事の重要さに着目し, 日本での研究の口火を切られるとともに, その紹介に努めました. Malliavin のもともとの論文では Wiener 空間上の Ornstein-Uhlenbeck 過程をもとに定式化がなされていましたが, その後 Sobolev 空間の枠組みで概念が整理され, 現在では Wiener 空間上の基本的な微積分として確立されたものとなっています. Wiener 空間の上で Sobolev 空間が定義されると, 超関数という考え方が自然に出てきますが, 渡辺先生はこの考え方を推し進め, Wiener 汎関数と, 超関数 (通常のエウクリッド空間上のもの) との合成が, Wiener 空間上の超関数として捕らえられることを示しました. 特に重要なものは Dirac のデルタ関数との合成です. Malliavin が Hörmander 型の微分作用素の準楕円性を論じたとき, 分布の密度関数の滑らかさを示すことが鍵になりましたが, 渡辺先生の方法により, デルタ関数との合成によってより直接的に密度関数の表現が得られることとなります. また条件付確率なども, デルタ関数との合成によって直感的な表現に厳密な意味づけを行うことができるようになりました. これも一種のコロンブスの卵とすべきで, 言われてみれば自然で単純な表現ですが, 密度関数の滑らかさの問題に, 超関数の合成理論を発想するその洞察力の鋭さには, 私など到底及び得ないものを感じてしまいます.

この Wiener 超汎関数を用いると, 適当なテスト関数とのペアリングを取ることにより, 微分方程式的な様々な量が直接的に表現できていることとなります. 渡辺先生の理論は, 汎関数あるいは超汎関数という一つ上のレベルでの解析を可能にしたと言うことが出来ます. そしてこのことが漸近展開の理論に大きな発展をもたらすことになるのです. この背景には J-M. Bismut の基本解の漸近展開を使った Atiyah-Singer の指数定理の証明があります. Bismut は Malliavin 解析が出て間もなく, 指数定理の確率論的な証明に取り組んでいました. 渡辺先生はこの Bismut の仕事に Wiener 超汎関数の理論が応用可能であることに気づかれ, Wiener 超汎関数の漸近展開の理論を作

り上げました。そしてより簡明な指数定理の確率論的証明を与えることに成功したのです。渡辺先生の方法の利点は、超汎関数のレベルで漸近展開を直接扱うことが出来、形式的な Taylor 展開にすべて厳密な意味づけを行うことが出来るということにあります。最終的には平均を取るなどして有限次元の概念に落とすわけで、この段階だけを見ると Wiener 空間という無限次元の大きな空間の上で超汎関数を考えるという、非常に複雑な迂遠な方法を取っているように考えられるかもしれませんが。しかしこのことによって、基本解の具体的な表現を直接与えることができ、直感的にも自然な見通しのよい計算が可能になった訳で、それ故にこそこの渡辺先生の理論は多くの確率論研究者の間で急速に受け入れられることになったのです。

先生のこれらの研究は海外でも高く評価され、1989年に「確率解析とその応用」により日本数学会賞秋季賞、1996年に「確率解析の研究」により学士院賞を受賞されています。一方先生は研究の傍ら著述活動にも携わってこられました。なかでも池田信行氏との共著“Stochastic differential equations and diffusion processes”は名著と評判の高い本です。この本の中では、先生ご自身の業績も多数取り入れた形で確率微分方程式の基本的事項から Malliavin 解析を含む応用までが論じられ、専門書でありながらその叙述の丁寧でしかも明快なことによって確率解析に関わる学生、研究者の必携の書とされています。この本に啓発され、確率解析の世界に入っていった研究者も多いことと思います。

最後に私事になりますが、上に述べた 1976 年の確率微分方程式の国際シンポジウムの折には、私は修士の学生で確率論の勉強を始めたばかりでした。丁度そのときに Malliavin の革新的な理論が現れ、渡辺先生の指導の下にいくつか Malliavin 解析に関する仕事をする事が出来ました。こうした時期にうまく巡りあわせたことは研究者として実に幸運であり、私が何とか数学者としてやっていけるようになったのもこの方面に導いてくれた渡辺先生のお陰であると今も深く感謝しています。渡辺先生初め多くの人の手により様々な新しい理論が作られ、Malliavin 解析という新しい分野が成長していく様を間近に見ることが出来たというのは非常に貴重な経験であり、今も研究者としての大きな糧となっております。また渡辺先生は常に学問の動向をすばやく捕らえ、更に新たな理論を創造し、日本の確率論の指導的役割を果たされたことは確率論の発展にとって大きな貢献でありました。伊藤先生によって創始された確率解析は、渡辺先生の手によって更に大きく育てられていったと言ってよいと思います。

渡辺先生は今も京都大学の確率論のセミナーにはほとんど毎回参加され、事あるごとに、若い人々へ助言をされています。渡辺先生の確率論への変わらぬ情熱にはいつも深く敬服させられています。これからもいつまでもお元気で、数学を楽しまれていくことを心からお祈りしたいと思います。