

《書評》

ダイヤモンドはなぜ美しい？ — 離散調和解析入門 —  
砂田利一 著

シュプリンガー数学リーディングス, 2006年, vii+245 ページ

梅田 亨 (京都大学)

魅力的な書名である。数学の本と知らず手にとる人もいるだろう (副題を見逃したな)。あるいは、テレビのクイズに似た性急な答えが書いてある本だと見間違うかもしれない。だが、それらはどちらも裏切られる。

ページをパラパラとめくってみる。まずすぐに二つの特徴に気づく。一つは、数学の基礎的な事柄が丁寧に、証明も込めて、書いてあること。もう一つは、本文と脚注の両面において見られる、数学を超えた教養溢れる記述。後者について言えば、正直なところ、数学者なのによくここまでいろいろと調べられるものだと感心し、そのサービス精神と探求心が「ないまぜ」になった徹底さに、一種圧倒される。書名からはちょっと想像できない、重厚で本格的な本なのだ。

書名に惹かれて読むと、まず結論が知りたくなるだろう。つまり、「何故ダイヤモンドは美しいのか」と。しかし、先に指摘した特徴が示すとおり、読み飛ばしにくいスタイルになっている。仕方がないので、次の手として、最終章に飛んでそこをつまみ食いする。そこに結論が？ いやいや、そういう読み方もダメなのだ。そこそこ順を追って読むように巧妙に構成されている。

「はじめに」と「あとがき」を読むと、その狙いなどがほの見えるが、それだけではとても全体像に迫れない。本書の成立については、実際の講義 (集中講義など) に基づくことが記されている。そこで思うのだが、数学の講義についての根本姿勢に二通りあって、自分の喋りたいことをトコトン溯ることによって、聴衆の予備知識の有無とは独立に、目標まで到達するというやり方がある

一方、他方には、予備知識はどこかで勉強してもらって、その上で要点に入るという二つの対照的な講義構成がある。評者自身、前者に近いやり方を好むが、それだと時間も掛かるし、手間も要る。しかし、本書の著者は、そのこのところを倦まず、高校・大学初年級の知識を超えるものについて、忍耐強く、丁寧に説明する労を厭わない。

このように、実際の講義に基づく成立の事情を知ると、本書のスタイルに納得がいく。聴衆の顔を見ながら講義をすれば、どこまでも無限遡及的に喋りたくなるものである。そして、そのレベルにある読者にとっては、この一冊でいろいろ学べて、万が一不幸にも、本論にたどり着く前に挫折したとしても、基礎を学べるのであるから、読み進む価値が充分ある本となる。その意味で大学1年生が読むのにも適した、現代風の名著一冊が誕生したと言える。昔であれば、ポントリャーギンの『連続群論』がそのような役割を果たしていた、と言えばその意味が判ると思う。

その一方、この『数学通信』の読者の多くを占める「プロの数学者」の読み物として見ると、初学者向けの部分に紛れて、中心部分に到達しにくいきらいがある。だが、その中心部分には、「プロ」が読んで、充分啓発される新知識が満載されている。そこに分け入って「ダイヤモンド鉱石」をきちんと拾ってこなくては勿体ない。内容も豊富であり、簡単には紹介できないが、以下に要点を記そう。

ダイヤモンドとは、この場合、結晶格子に代表される「美しい」数学的対象である。そして、「美しい」とは何か、また何が「美しさ」を支えているのか、について数学的探求がなされるのである。

キーワードは4つある：「周期性」「対称性」「最小原理」「ランダム(無秩序性・不規則性)」。最初の二つは幾何学的な見方そのものである。また、対称性を背後から支える物理学的理由付け(形而上学)が「最小原理」である。最後の「ランダム」は、これらと比べるとやや異質であるが、調和函数とブラウン運動(ランダム・ウォーク)の密接な関係を思い出せば、これも自然に重要な視点として受け容れられるであろう。これらに基づき提供された多角的なもの

方と、それを取り巻くさまざまな数学的事実が、各々の章で追求される。丁度、ダイヤモンドの光が反射と屈折によって美しく散乱するのと同じように、多面的に関連してきらめくのである。

上のキーワードを貫くのは、副題にある「離散調和解析」ということばである。ここでまず「調和解析」とは、この場合「ラプラシアン」という系の対称性を全身に担った作用素の解析のことだと認識しよう。著者はこの道でパイオニアであり、世界をリードする数学者で、多様体の形状(“太鼓の形”)とスペクトル(“太鼓の音”)についての関係を深く調べてきた。数論からの発想をとり入れ、この分野を開拓した業績で1987年度の学会賞を受賞している。この方面の著者の業績を知る人も多いただろう。それは連続的な場合(多様体)であったが、このような背景の下に、今度は離散的な場合(グラフや格子)に「調和」を求め、ダイヤモンドのような美しさをどう捉えるかを扱ったのである。この離散と連続の関係、特に本書のテーマであった「離散」から、より古典的になじみ深い「連続」への極限移行、についても最終章に述べられている。これも一つの重要な視点である。

読者はこの本から何を学ぶべきか。もちろん、その中心は、上の4つのキーワードとその関係であろう。あるいは、斜めから見ると、中にちりばめられたエピソード的知識を楽しむこともできる。しかし、本当は「あとがき」に記されているように、数学それ自体の探求こそが「ダイヤモンド」なのだ。読者は、この本に潜む原石を見出し、そして自ら研磨することによって、本当のダイヤモンドの美しさを堪能すべく運命づけられているのである。