

## 確率論へようこそ

(Problems and Snapshots from the World of Probability)

G.Blom, L.Holst, D.Sandell 著 / 森 真 訳

シュプリンガー・フェアラ - ク東京, 2005 年, 286 ページ, 本体 2,700 円  
(1995 年刊「確率問題ゼミ」の改題新装版)

この本はその原題の通り, 16 世紀から現代に至るまで人々の好奇心をくすぐってきた確率に関する話題を, スナップショットとして収集したものである。いわゆる確率論の教科書と一線を画する点は, 入り口を可能な限り広く設けてあることである。高校生から専門家まで, まずは興味を引かれる箇所をざっと眺め, そしてそれぞれの深さで読み進むことができる。初めて大学で確率論を学ぶ学生にとってまず立ちはだかるのは, 確率空間や測度の公理という抽象化の壁であろう。本格的に確率論を学ぼうと覚悟を決めた人や, ある程度抽象的な議論に精通している人でなければ, イメージを獲得することが出来ず, 実は身近な確率の問題が, 必要以上に縁遠いもの感じられてしまう場合もあるかもしれない。この本ではその壁は取り除かれ, 面白そうなタイトルのついている章を幾つか拾い読みしながらパズルを解いてみようというのであれば, 高校レベルの順列と組み合わせの知識で, ある程度まで楽しむことができる。

あらゆる問いが我々の身の回りにある具体的な現象やゲームの形で述べられていることも, 読者への入り口を更に広げている。お菓子のおまけを全種類集めたり, サディスティックな海賊の捕虜となり生還を賭けてゲームに挑んだりする。読者はプレイヤーに感情移入し, 初めは直感で推理し, それからシミュレーションを繰り返しながら, 何らかの法則を見出そうと懸命になる。そうしているうちにいつしか引き込まれ, 思わずペンを執って困難な計算に没頭するだろう。確率論は元々, いかにしてゲームを有利に進めて賞金を獲得しようかという, 遊び好きの探究心から生まれた。実際に歴史的な叙述を読むと, バナッハ, パスカル, フェルマー, ガリレオまでもが古典的な確率の問題に興味を持ち, 取り組んだことが分かる。この本ではその原点に立ち戻り, 負けず嫌いの執着心を大いに発揮し, 素朴な疑問が解かれる快感を素直に味わいながら, 読み進むと良いと思う。

構成はアラカルト形式である。好きな所を読めば良い。系統立てて理論を習得

させるスタンスでなく、愉快的な問題、不思議な問題を集め、その都度必要となる知識や手法に解説を与えている。章が進むにつれやや難度が上がるが、特別な場合に限定するなどの工夫を加えれば、数学を専攻していない学生に対してもチャレンジングな教材として利用できる。一方、数学を専門に学んだ人にとっては、数の世界の中で用いてきた言葉や議論してきた問題を日常的な現象と関連づけ、新たな解釈を得たり、人に解説する際に利用し易い例を発見したりする機会もあるだろう。

入り口は広いが奥行きは意外に深い。しかしどの辺りまで進むかを読者が選択し易いよう、構成が工夫されている。例えば、数組の夫婦が円卓に男女交互に座るといふ規則の下にランダムに着席した場合に、どの夫婦も隣り合わせにならない確率を考える、「夫婦円卓問題」という組合せの問題を取り上げている。この問題は最初に第5章において、夫婦が4組で円卓が1つであるときに、場合の数え上げと集合の包含公式のみを用いた形で議論される。次いで第7章で、6組の夫婦と3つの円卓にバージョンアップし、条件付確率を導入して解いている。これはその後第8章で更に再考され、夫婦 $2n$ 組と円卓 $n$ 卓の場合を二項分布とポアソン分布で近似したときの、誤差のオーダーの比較に話が及ぶ。同様に、グループの中で誕生日の一致が起こる確率についても、第7, 8, 9, そして15章と、都合4回に分けて議論されるという具合である。このように、少しずつスキルを提供しながら同じ話題を何度か振り返り、より深い考察や新たな視点を与えている。それぞれの問題は平易で誰にでも理解されるものであるが、掘り進んでいけば実に様々な問題と結びつき、現代的な解析手法の威力が見せつけられる。古典的な問題が、のちにより高度な数学の枠組みの中に吸収されてきた歴史的経緯について知るのも、興味深いものである。

慎重に考えなければうっかり誤った推察をしたり、日常的な感覚と実際の結論に大きな隔たりがあったりと、所々に目くらましが用意されているのも魅力である。例えば、ランダムにキーボードを叩いて、ある特定の文字列（パターン）が出現するまでに要する時間の平均は、文字列の長さのみで決まると最初に考えた学生は多かった。実際、この平均時間は、文字列の最初と最後に含まれる同じ部分文字列（オーバーラップ）の長さに依存して決まる。このことは、まず簡単な例を検証することで納得させられる。しかし、この平均時間がオーバーラップの長さの関数として、実に単純な式で与えられるという事実（証明は省略されている）にまで読み進めば、驚きを感じる人も多いであろう。更に、異なる幾つかの

文字列の中の1つが、他の文字列よりも先に出現する確率にも触れる。これについて初等的な場合分けの議論で解を得るには、2種、6文字の場合である「海賊ゲーム」についてさえ、評者は大変な労力を要した。しかしこれもまた、1つの文字列の最初と別の文字列の最後に含まれるオーバーラップの長さの単純な関数として与えられる。このきれいな一般式を見れば、ぜひ参考文献からその証明を読んでおきたいという気持ちになる。

確率論を学ぶ上で基本となる概念についても、詳しく解説されている。特にランダム・ウォークとマルコフ連鎖については、それぞれに一章を費やす。ランダム・ウォークについての第10章では、コイン投げや「投票問題」などの古典的な問題を、ランダム・ウォークの言葉で記述し直す基本的な考え方が示されるなど、親しみやすい導入がなされる。その一方で、与えられた時刻までの訪問点の個数など、新しい結果にまで触れている。第13章のマルコフ連鎖についても、特にエルゴード的な場合の漸近分布などについて、かなり詳しく深い内容となっている。このように、終盤になると特に、格調の高い難解な問題も数多く扱われる。専門的になり過ぎないように、簡単な場合にのみ証明を与え、一般の場合の証明は読者への宿題とされていることも多い。また、厳密な証明を参考文献に譲る場面もある。勿論、基本的なアイデアを追いながら眺めているだけでも、十分に感心させられ、楽しむことができる。一方、結果を觀賞するだけでは飽き足らなくなって、全ての叙述を確実にフォローしながら読もうと思うならば、大変な努力が必要であろう。参照すべき文献も確率論に止まらず、組合せ論やゲーム理論など多岐に亘り、完全な理解を得るまでにはかなりの量の専門書に触れることとなる。寧ろ、そうして数多く並べた扉の前に読者を立たせ、先に広がる世界へ自ら進み行くよう導いている。

前書きに著者が記すように、少なくとも初めのうちは寝転がって眺めることを意図して書かれたというこの個性的な本が、和訳で出版されたことは実に喜ばしいと思う。森真氏による訳文は、的確で読みやすい。ソファにでもこの本を転がしておいて、今夜はどこを読んでみようか、などと日々の楽しみにするのも良いのではないだろうか。

(慶應義塾大学 安田公美)