

数学入門辞典について

一執筆者の一人からのメッセージ

「数学入門辞典」岩波書店、2005年9月刊行

青本和彦, 上野健爾, 加藤和也, 神保道夫, 砂田利一,

高橋陽一郎, 深谷賢治, 俣野博, 室田一雄著

昨年出版された「数学入門辞典」について述べる機会をいただき幸いである。自分が執筆に加わったものについて、「数学通信」で述べさせていただくのは、僭越であるが、お許しいただきたい。この辞書は9人の編集委員が同時に執筆者であるが、執筆者の間の辞書のあり方に対する意見は決して一致しているわけではない。執筆者の一人にすぎない深谷が、この場で勝手に「編集の方針」を述べてしまうと、他の執筆者から、そんなふうには思っていなかった、という異論がでることは間違いない。だから以下は深谷が個人の責任で書いた「自評」である。

この辞書は、同じ岩波書店からでた、「現代数学への入門」「現代数学の基礎」「現代数学の展開」の3シリーズからなる講座とほぼ同じ人間が編集している。（「入門辞典」の編集・執筆には講座の編集委員以外に室田一雄氏が加わっている。）編集の方針にも、次の共通点がある。すなわち、数学の記述を、論理的に最低限必要な内容、つまり、定理や定義とそれを証明するのに必要な事柄、に限定しないという特徴である。いいかえると、定理を証明するのに必要ない「よけいな説明」が「ぐだぐだと」述べられている。3つの講座や「入門辞典」に対する評価は、この点をどう思うかに、大きく関わってくるだろう。

ただし、辞典と講座には違いがあって、講座は論理的に完備していなければならないが、辞典はそうとも限らない、という意見もある。本稿は「入門辞典」について述べているので、話はそちらに限定する。

日本数学会編集の「数学辞典」と比べると、「入門辞典」は小項目主義で、「数学辞典」は中項目主義という違いがある。（もちろんこの2つは書かれている数学のレベルも違う。）小項目主義をとったのは、辞書を引く人は、その言葉に関わる知識を素早く得たいと思っているのであろうから、5ページも10ページも長々とは読む気がないであろう、という理由である。

これは、原理的には「数学辞典」でも同じである。しかし、「数学辞典」の場合、それは、数学に関する正確な知識の最終的なよりどころ、レファレンスであるべきであり、また、日本数学会という多くの人からなる組織によって編集されている。この理由から、（たとえば後述のようなやり方で）小項目にするのは難しいように思う。

数学会の会員の方ならだれでもご存じの通り、数学はきわめて体系的な学問である。一つの言葉・概念の意味を、その言葉が属している理論体系からはなれて、記述あるいは定義することは、不可能あるいは無意味であり、概念の正確な定義を理解するには、理論体系そのものを学ぶ以外の近道はない。

「入門辞典」の執筆者もそれは承知している。しかし、引く辞書として使え、しかも数学を専門としない人にも使えるように、と考えると、やはり小項目主義の辞書の方が望ましいと思われた。あえて小項目にするためにとった方法は、項目ごとに書く内容の、厳密さ、正確さ、前提になる事柄、などのレベルを変えることである。

すなわち、基本的な事柄に対しては正確な定義ものべ、より進んだ内容についてはどんなものかの概略だけがわかることを目的とし定義の正確さは求めなかった。また、より初等的な内容については、定義の厳密さ正確さをそのレベルにあわせて配慮した。また、ほとんどの項目に、定義だけでなく、その概念を使って得られる代表的な定理、あるいは例、あるいはその概念の背景などが述べられている。

「位相空間」という項目を例に説明したい。位相空間というのは、現代数学の基本概念にあたるから、正確な定義を述べるのが、絶対に必要である。一方、いくつかの位相空間論の書物にあるような定義(公理)、すなわち、「集合と、その上の部分集合の族(開集合の族と呼ばれる)があって次の公理を満たすものを、位相空間という」、からこの項目を始めるのは、「入門辞典」には不適當と思われた。

位相空間について書物を書く場合を考えてみる。その一つのやり方は、上記のような公理を書き、その例をあたえ、いくつかの定理などを証明し、また、点列の収束など公理を使って自然に導入できる概念を述べる、といったやり方であろう。大体そのあたりまでいってやっと「位相空間の公理」が理解されるであろう。それには、最低限5-10ページは必要である。位相空間という項目は「入門辞典」のなかでは長めであるが、それでも1ページ以下である。なにか他のことを学んでいる時などに、何らかの理由で、位相空間という言葉にあって、これはどういうものか、と知りたがっている読者に、1ページ以下でどうやってそれを伝えるか、そして、同時に、厳密な定義も(基本項目であるから)与えなければならない。これが「入門辞典」を書くときに、われわれが悩んだ点である。

結局、出版されたこの項目は、次のようになっている。まず、3行ことばで国語辞典風の説明を書く。そのあとで、点列の収束が距離の取り方を変えても同じである例を書いて、「位相が同じ」ということを説明する。また、関数の一様収束と各点収束が違う位相を定める、ということ述べる。次に、位相空間という概念がどういうもので、どのようなことに使われるかを、(数式や正確な定義抜きで)「お話」として少し述べる。最後に、開集合をつかった位相空間の厳密な定義を書き、他の項目に述べられている、位相空間の同値な定義(たとえば近傍系を使うもの、閉集合を使うものなど)や、位相空間についての基本概念(連続性、コンパクト性など)にリンクする。

すでにお気づきのように、このような記述は、位相空間の公理をのべ、定理を順に証明していく、というやり方に比べて、客観性の点で劣っている。位相空間という言葉で、何をイメージするかは、実は、数学者一人一人で異なる。位相空間にまつわる数学の論理的で厳密な構成を、何をイメージしながらするかは、一定でない。この多様性は、確かに数学を進歩させる大きな力である。数学を教えるときに、教師が自分のイメージだけを生徒に押し付けてしまうのは、望ましくない。一方で、辞書というのは、教科書とは違う。そ

の項目に関する、とにかくなんらかのイメージを読者にあたえることができれば、そのイメージは執筆者の主観にすぎないかもしれないが、とにかくそれでよしとしよう。これがわれわれの取った立場である。

もっと初等的な項目では、書き方がかなり異なる。例として、「ベクトル」、「ベクトル空間」、「線形空間」などの一連の項目について述べたい。

通常の大学初年級の線形代数の講義だと、数の組としてのベクトルを扱い、ベクトル空間も線形空間も表立っては扱わずに、行列の計算を説明し、その合間に、線形性などを説明する。ベクトル空間などという言葉その中で使うこともあるかもしれない。比較的レベルの高い講義の場合には、そのあとに、線形空間あるいはベクトル空間の公理をだし、行列と線形写像の対応等を述べる。もっとレベルの高い講義（それを今やっている大学が、果たしてあるかどうかかわからないが）だと、いきなり線形空間の公理から始まり、数の組としてのベクトルなどはその例になる。

これらの項目を「入門辞典」で書くとき一番問題になるとおもった点は、想定される読者が多様であることである。ベクトルという言葉は高校でも習うから、高校生にも読んでほしい。大学で線形代数を学んでいる学生は、もちろん想定される読者である。一方では、具体的な行列の計算は知っている人が、どこかでもう少し抽象的な線形空間という概念にであい、それは何か知りたくてこの辞書を引く、といった場合も想定しておきたい。

出版された「入門辞典」の「線形空間」という項目では、最初に（「ベクトル空間」へのリンクなど）少しだけ前置きがあるが、すぐに公理の正確な記述になる。そのあとで、例がはいる。

一方、「ベクトル空間」という項目では、「ベクトル空間とは、ベクトルの集合であって、和・積・スカラー倍に関して閉じているものをいう」というのを一応の「定義」にし、そのあとで、幾何ベクトルの集合・数ベクトルの集合などの例があげられる。次に、個々のベクトルを考えるだけでなくその集合であるベクトル空間を考えること、の利点に説明される。最後に「線形空間」にリンクする。上記の「ベクトル空間の定義」は数学的な意味での定義になっていないが、公理をそこで書かない以上、この種の説明的な定義をすることはさげられないと考えた。

「ベクトル空間」で前提とされている「ベクトル」という項目では、「向きと大きさを持った量をいう」という高校流の定義がまずあり、幾何ベクトルや数ベクトルの例があげられる。そのあとは、物理学からの起源があることなどの歴史が少し述べられ、ベクトル空間（線形空間）という概念があることにリンクして終わる。

「幾何ベクトル」や「数ベクトル」という項目では、ほぼ高校流の説明がなされている。

うまくいっているかは、読者の批判を待つしかないが、多様なレベルの読者を想定し、なんとかそれに対応した説明をしようと試みた結果、このような記述になった。

線形空間・ベクトル空間のように、良く似た用語の説明を、項目ごとに力点をかえて行う、というのは、

しばしば「入門辞典」では行っただけで、たとえば、「エントロピー」という項目では、種々の似て異なるエントロピーが、8つの項目にわけて説明されている。

レベルの高い概念については、正確な定義をあえてしていない場合も多い。たとえば「指数定理（楕円型作用素の）」という項目では、Atiyah-Singerの指数定理を扱っているが、具体的な指数定理の式はあえて述べなかった。むしろ、たとえば、楕円型作用素の核の次元は計算が困難だが、核の次元から余核の次元を引いた指数は表象で決まり、また変形で不変なので計算しやすい、といった事実が説明されている。

「数学辞典」にはない項目で「入門辞典」で取り上げたのが、数学の論理体系の中で定義がされる言葉ではないが、数学書を読もうとするとしばしば出会ういくつかの言葉である。たとえば、「自明な」、「ウェル・テファインド」、「一般性を失うことなく」などは、数学者には周知でも、数学を独学で学ぶ人々はしばしば戸惑う用語ではないかと考え、例を入れて使い方を示すなどの説明を試みた。

歴史に属する事項も、いろいろ盛り込まれている。たとえば、「円理」、「ユークリッドの『原論』」、「3次と4次の方程式の解法発見の歴史」、「アラビアの数学」、などという項目は、小項目主義の辞書にしては長めに枚数をとり、読んで楽しめることを目指して書かれている。

前にも述べた通り、「入門辞典」のそれぞれの項目に何を書くかは、「数学辞典」の場合に比べて、執筆者の主観により大きく左右される。日本数学会が編集する辞書の場合には、個人的主観を「入門辞典」に入っているほど入れるわけにはいかないであろう。多くの人の考えを集約したスタンダードをあたえているというのが、「数学辞典」の重要な価値であるからである。

「入門辞典」の執筆には、執筆者の主観が大きく関わるため、辞書としてのまとまりを保つために、すべての項目を編集委員が執筆するという、おそらく辞書の執筆としては異例のやり方をとることになった。9人の執筆者で、4500の項目をすべて執筆するのは、おそらく無謀であり、執筆中にこの方針を後悔したことは何回もあった。

9人の中には専門家がいらない分野が多くあることは、明らかである。数学の応用にあたる部分の専門家が、3つの講座の編集委員にはいなかったために、室田氏に加わっていただいたが、一人で「数学の応用」をカバーするのはどう見ても不可能である。それ以外の分野でも、この項目の執筆にふさわしい人が執筆者にいないが、この項目を書かないわけにはいかない、という項目は多くある。（そのような1項目を執筆するために、本を何冊か読んだ、などということもした。そのような「1冊漬け」で書いた項目の正確さには、多少の不安は残るが、嘘が書いていないか、といったことは専門家の点検を受けている。）

多くの人に執筆を依頼することも考えた。しかし、実際、その前の講座の編集などお互いに気心が知れている9人の執筆者の間であるにも関わらず、多くの項目について、書き方の方針についての激しい意見の対立が何回も起こった。ある概念の解説に対する力点の置き方が、執筆者によって正反対になることは、ま

れではなかった。論理体系としては共通であり普遍的であっても、それを支えるイメージが多種多様であるという数学の性格が、9人の間の議論の中からですら、明らかになった。項目ごとに担当者を固定し、その人に執筆を一任するというやり方はとらなかった。複数の人が同一項目を書き、それを3人目が調整する。あるいは、一人が書いたものを別の人が書き換える。などということを繰り返した。調整された原稿に、最初の執筆者が（ときとして怒りとともに）文句をつける、などということはいしばしばあった。

そのようなやり方をしたせいもあり、辞書の執筆は予定より大幅に遅れた。図書（岩波書店の宣伝雑誌）などを注意してご覧になっていた方は、この辞書が、来月でますと予告されながら、いっこうに出版されない、ということが何回も起こったのにお気づきになったかもしれない。実際、最終段階で、ゲラ刷りもでて、著者校正は今度で終わりで、次からは出版社の校正と印刷にかかる、ということを決めた後で、やっぱりもう一度徹底的に検討をし直す、という方針に変更するという、「事件」も起こった。

出版社の方には、そのようなことで大変迷惑をかけた。編集担当の方は、延々と議論を続け、いっこうに原稿が完成しない数学者たちをみて、啞然としていたのではないかと思う。（これに懲りて、2度と数学の本は出しません、などと考えないだろうか、途中で筆者は心配になった。）

一方、手間だけは、惜しまずかけている。完成まで、5回10回と書き直された項目は数多くある。どの項目も、少なくとも3人以上の執筆者の手をへている。最終段階では、700ページの辞書を最初から最後まで通して読む、という、かなり非人間的な作業を、何人もの執筆者が行い、たとえば筆者は少なくとも10回は繰り返した。

完璧なものがあった、などとはとてもいえないが、執筆者の一人としては、多くの人にとって有用なものがあった、という自信をもっている。数学に興味をもつ、沢山の人々に役立ててもらえれば、とてもうれしい。

（京都大学理学部数学教室 深谷賢治）