

『ナッシュは何を見たか』
H.W.クーン, S.ナサー編 (落合卓四郎, 松島 斉 訳)
シュプリングー・フェアラク東京

慶應義塾大学経済学部
中山幹夫

2005年度のノーベル経済学賞が、2人のゲーム理論家、トーマス・シェリングとロバート・オーマンに与えられたことは記憶に新しいが、ゲーム理論に対してノーベル賞が与えられたのはこれが最初ではない。1994年、ジョン C. ハルサニーとラインハルト・ゼルテンとともに本書の主人公、ジョン F. ナッシュは、経済学の歴史上初めてゲーム理論においてノーベル経済学賞を獲得した。ナッシュの受賞理由は、1950年に全米科学アカデミーの Proceedings に発表した『非協力ゲームの均衡点について』という非協力ゲーム理論の誕生を告げる論文である。このわずか1ページの論文の中で、ナッシュは『 n 人非協力ゲーム』とその解である今日言うところのナッシュ均衡を定義し、さらに、角谷の不動点定理を用いた存在証明を与えている。

本書は、このナッシュのゲーム理論に関する4編の論文と博士論文、コンピュータ制御についての論文1編、さらに純粋数学に関する3編の論文を、H.W.クーンとS.ナサーが編集し解説を付けて収録したものである。ナッシュはこれらの仕事を30歳になるまでにほぼ完成した後、統合失調症を発症して30年近く学問の表舞台から遠ざかっていた。20歳で「この男は天才である」と1行だけ書かれた推薦状を携えてカーネギー工科大学からプリンストンにやって来て以来、1994年にノーベル経済学賞を受賞するまでのドラマチックな半生は、S.ナサーによる著書『ビューティフルマインド』に詳しいが、本書はこのような人物の学問とその周辺に焦点を絞った貴重な資料である。中でも、数学者や経済学者には良く知られているクーンやミルナー、ゲール、タッカーなどのプリンストンでの同僚や指導教授だけでなく、モルゲンシュテルンやフォン・ノイマン、ウィーナー、さらにはオッペンハイマーやアインシュタインまでも写真付きで登場し、ナッシュとその仕事を取り巻くエピソードに臨場感を与えている。

本書は、まず、ハロルド・クーンの前書きから始まる。クーンは、経済学者には非線形計画法のクーン・タッカー条件で有名であるが、ゲーム理論にも基礎的な貢献をしており、大学時代から今日までナッシュの友人でもある。ノーベル賞受賞前後の様子を、友人らしく心温まる文章で伝えているのが印象的である。続く、ナッシュの人となり、個々の業績、およびその背景についてのナサーの解説は、簡潔であるが『ビューティフルマインド』の著者らしく事実に即しており学説史的にも興味深い内容である。この後、スエーデン王立科学アカ

デミーによるノーベル賞の受賞理由，ナッシュによる自伝，写真史と続いてナッシュ自身の仕事に進んでいる．

以下，ナッシュの仕事についての解説を試みるが，ゲーム理論を専攻している筆者には，後半の4編の論文の論評は不可能なので，その点ご容赦願いたい．むしろ，数学的な深さにおいては純粋数学の3編には及ばないであろうゲーム理論の仕事が，経済学や社会科学においてはどのような意義をもつのかということ念頭において論評したいと思う．

最初に収録されているのは，Hex というナッシュの「発明」したゲームが先手必勝となることを述べるミルナーの証明である（第3章）．これは，碁のようにトポロジカルなゲームであり，実際，ビンモアはゲーム理論の教科書の中で，ブラウワーの不動点定理の証明に使えることを指摘している．また，これと同様なゲームが，デンマークのニールス・ボーアの研究所ですでに知られていたらしく，ナッシュはこれを再発見したわけである．

ナッシュの最初の学術論文は，第4章に収録されている1950年のエコノメトリカに掲載された『交渉問題』である．これは経済学では双方独占という問題に相当するもので，2人の主体が交渉によって共同で実現しうる利得を分け合う場合，どのような結果になるかを問うものである．ナッシュはこの問題に，基準点から測った両者の利得の積が最大となる点をその解として与えた．これが有名な『ナッシュ積の最大化』であり，公理的方法によって導かれたものである．自伝によれば，この問題は，カーネギー工科大学での選択科目を聴講したときに思いついたという．当時，ヒックスやエッジワースといった大経済学者達の努力にもかかわらず，明確な解答は欠如していたが，ナッシュは10代のときにこの問題の解を与えたことになる．また，公理的方法は，社会科学ではこれ以前にはおそらくフォン・ノイマンの効用理論で採用されたただけであろう．

ノーベル賞の対象となった『非協力ゲーム』とは，各人について，自分が獲得する利得は，自分の行動だけでなく各人の採っている行動すべてに依存して決まる，というある意味で当然な状況を定式化したものである．非協力ゲームの解とは，各人の採っている行動の組であって，各人について，自分だけが行動を変更しても追加的利得は得られないという性質をもつものをいう．これがナッシュ均衡である．フォン・ノイマンの2人ゼロ和ゲームとミニマックス定理は，非協力ゲームとその均衡の特殊ケースにすぎない．当時，ゲーム理論といえば，この2人ゼロ和ゲームと，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンによるn人協力ゲームのことであった．n人協力ゲームは本質的に結託行動の理論であるが，ナッシュは人々が結託せずに個々独立に行動するというゲーム理論を創始したのである．非協力ゲームは，こうしてまず第5章の，冒頭で触れた Proceedings の論文で産声をあげ，博士論文で詳細に展開されて『数学年報』（1951年）での公刊により大地に根付いたと言えるだろう．

第6章に収録されている博士論文は，写真版なので残念ながら不鮮明である．幸い，第7

章収録の数学年報に公刊された論文『非協力ゲーム』はそれとほぼ同じであるが、2箇所、重要な違いがある。1つは、ブラウワーの不動点定理によるナッシュ均衡の存在証明が後者でははるかに改善されていることである。初期にノーベル経済学賞を獲得した数理経済学者ドブルーは、この証明を見て競争均衡の存在証明を思いついた。いわゆるナッシュの写像というもので、「平均より高い利得をもたらす戦略を用いる確率をより大きく改定する」というのがその基本的アイデアである。ナッシュ自身、この証明は角谷の不動点定理を使う証明より満足できるものだと言っているが、それを裏付けるかのように、このような考え方は今では進化ゲームにおける『自己複製子動学』にも再現されているのである。

もう1箇所の相違は、博士論文における *Motivation and Interpretation* という章が、数学年報の論文では省略されていることである。しかし、この翻訳版では第7章の末尾にその部分が再現されており、その意味で原本より資料価値が高いと言える。というのも、この部分はナッシュ均衡に到達するための、今日言うところの『仮想的プレイ』によるシナリオについての論考を含んでおり、非協力ゲーム理論は誕生と同時に、完全な合理性をもつとは限らないプレイヤーをも視野に入れていたことがわかるからである。ナッシュ自身が削除して投稿したのかレフェリーによるものかはわからないが、面白いことに、同じ数学年報のナッシュの論文の次に掲載されているのは、ジュリア・ロビンソンによる2人ゼロ和ゲームの鞍点、すなわちナッシュ均衡を仮想的プレイによる方法で求める論文である。

ナッシュのゲーム理論におけるもうひとつの業績は、合理的行動を分析するための方法論を提示したことである。人間の行動は、結託を組んで協力したり独立に行動したり多様な形態をとっているが、個々独立に行動するという意味での非協力行動はより基本的な行動形態であり、協力行動も適当な非協力ゲームの均衡として記述されなければならない、という提言である。これは、今日では『ナッシュ・プログラム』と呼ばれており、本書第8章に収録されている『2人協力ゲーム』という論文で提唱され、『交渉問題』で導いた利得の積の最大化という解を、2段階の非協力ゲームにおけるナッシュ均衡として実現するという形で実行されている。この結果は、数学的にはフォン・ノイマンのミニマックス定理の美しい拡張となっている。1980年代からのゲーム理論の経済学への応用研究は、結果的にこの方法論を実践したものと言うことができる。経済学はもともと個人の利己的行動をベースとしているからであり、1994年のノーベル経済学賞は、このような経済学に対する貢献を評価したものである。

さて、残る4篇の論文は高度に専門的であり、その分量も本書のほぼ半分を占める。とくに純粹数学の3篇は、この翻訳版では専門の数学者による解説が付けられてはいるが、数学者以外にはきわめて難解である。たとえば、埋め込み問題の論文の定理について、手元にある微分幾何学の教科書には「これらの定理の証明はまったく大変なものである」とある。ナ

サーによれば、ナッシュがこの問題を解いたのは MIT の同僚との賭けがきっかけであるという。また、『実代数多様体』は、ゲーム理論を内容とする博士論文がフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンのゲーム理論とは方向が異なっており、審査を通らないという万一の可能性に備えて、同時に得ていた結果を後で論文として投稿したものであると、ナッシュ自身自伝で語っている。収録されている最後の論文『放物型方程式と楕円型方程式の解の連続性』は、フィールズ賞を取り損ねた論文であるといわれている。この失望感が原因で統合失調症を発症したという説もあるが、真相はわからない。いずれにせよ、これらの純粋数学の分野でも「ナッシュの・・・」というナッシュによる定理や概念、方法がいくつもあるようである。ナッシュのゲーム理論の仕事は、数学理論としてはこれらの業績には及ばないかも知れない。しかし、以前には存在しなかった理論の創出であり、また 1980 年代以降、経済学の主要なジャーナルには毎号、非協力ゲームやナッシュ均衡に言及する論文を必ず見出すことができるほど、ナッシュが創始した理論の経済学への貢献は大きい。このような影響力をもつナッシュの論文を、この機会にナサーの紹介文とともに是非一読されることをお勧めしたい。