

加藤 五郎 著

『コホモロジーのころ』

岩波書店 206 ページ 2003 年 3 月 25 日刊

まず『コホモロジーのころ』という本の題名から、ありがちな数学専門書ではなさそう  
だという思いを抱く。本をぱらぱらとめくってみると、その思いは強まる。文体が敬体であ  
ることも専門書としては珍しいが、一般的な数学書で繰り返し登場する「定義」や「定理」  
といった単語で始まるパラグラフが、この本にはほとんど見当たらない。「証明」で始まるパ  
ラグラフにいたっては、まったく存在しないのである。では、書かれている結果に証明はま  
ったく施されていないのか。そうではない。むしろ非常に証明に力が入れている。証明  
は、パラグラフとして独立していないだけで、本文中にしっかり織り込まれているのだ。こ  
のような構成になっているのは、読者が著者と同じ意識レベルで読み進められるように著者  
が工夫した結果である。

本書を読んで最も印象に残ったことは、著者のコホモロジーに対する思いである。著者は  
コホモロジーに心底惚れ込んでいる。コホモロジーが持つ魅力を読者にもわかってほしい、  
読者とこの感動を共有したい、という著者の願いが随所に感じられる。実際、その気持ちの  
強さは、非常に懇切丁寧な書き方にも反映されている。例えば、右随伴関手の定義をした後  
に、普通の本なら「同様に」あるいは「双対的に」といった枕詞に続けて左随伴関手の定義  
もできるとだけ言って終わってしまうところを、本書では練習問題にもせよきちんと説明  
してあるのだ。ただ、それゆえにスマートに整理されて書かれているというわけではないの  
で、読者はどこに何が書いてあったかを後で振り返る際に多少苦勞するかもしれない。しか  
し、他の本が省略しているようなところがきちんと説明されているので、読者は自分の理解  
が正しいかどうかを自分自身でチェックすることができる。これは特に初学者にとってあり  
がたい書き方である。また、数学的に若い人たちにはコホモロジーというものを大きくつか  
んでもらい、コホモロジーに対して何らかの違和感を持っている人にはそれを解消してもら  
うために本書を書いた、と著者自身が言っているように、本書は「イメージ」をととても大切  
にしている。抽象的な概念は、初学者にとってはイメージが湧きにくくなかなか理解しがた  
いものである。その理解を助けるために、著者ならではの独特のイメージが本書全体に散り  
ばめられている。それは一方で、読者の肩の力を抜き、先に読み進めることを促す役割も果  
たしていると言える。

さて、本書は二つの章と付録 (Appendix) という構成になっている。ここで本書に書かれ  
ていることを具体的に紹介する。

第 1 章ではコホモロジーの土台である圏の概念が導入されている。圏の正確な定義は与え  
られていないが、それは抽象論の持つ「かたさ」をやわらげるためなのだろう。圏の対象の  
間の射を、小宇宙 (圏) に住んでいる 住民 (対象) 同士が連絡 (射) を取っている、と説明

してあって、イメージがとても湧きやすい。その後、米田の補題、帰納的極限と射影的極限、前層と層についてやはりイメージを大切にしながら丁寧に詳しく述べられている。アーベル圏に関する画期的な結果である充満埋め込み定理もこの章で紹介されている（和書でこの定理が述べられているものは他にあるだろうか。少なくとも評者には思い当たらない）。

第2章は(コ)ホモロジー代数である。著者が本書でもっとも力を入れている部分であり、主となるテーマはスペクトル系列と導来圏である。複体のコホモロジー群の定義やホモトピーの概念の導入に始まり、完全関手、入射分解、導来関手を用意した後、二重複体のスペクトル系列、Grothendieckのスペクトル系列、超コホモロジーのスペクトル系列の間の関わり合いを考察する。そして、導来圏の理論でそれら三つのスペクトル系列のみならず、複体のコホモロジーの理論自体が統括され整理されることを説明して締めくくられる。それは著者自身が最後に「夢中になってしまった」と振り返るほどの怒涛の勢いで展開されるが、やはり議論が丁寧なので十分についていけるはずである（ただし、川の流れがとても速いので、溺れないようにこまめに息継ぎをすることを忘れずに）。

付録として、現代数学においてコホモロジーの考え方がいかに応用されているかということとを、その歴史的背景とともに代数幾何と代数解析のさまざまな例を通して、関連する文献を多数提示しながら紹介している。ここに書かれていることをきちんと理解するためには本書だけでは厳しいが、著者の伝えたい内容の雰囲気は初学者でも十分に味わうことができるだろう。

本の表紙に「現代数学に必須のコホモロジーの概念の本質を代数の基礎だけを前提として理解できるように工夫した意欲作」とあるがまさにその通りで、大学初年度の学生でも本書のみで十分対応できるように構成されているながら最終的には導来圏の理論にまで導くことから、本当に意欲作である。ただし、それゆえに書き方がところどころ曖昧になっているので、細かいところを気にすると前に進めなくなるかもしれない。厳密性にこだわってしまう読者には、何か適当なホモロジー代数の入門書を辞書がわりに横に置いて読むことをお勧めする。

本書を読んで、若輩者の評者は大学受験の頃に好んで利用した参考書『実況中継シリーズ』を思い出した。まるで著者本人を目の当たりにして講義を聴いているような、そういった気持ちにさせる臨場感溢れる一冊である。また、万葉集や松尾芭蕉の歌がいくつか引用されていて、著者の人生観もところどころに伺うことができ、そういう意味でも、とても味のあつた一冊であると言える。著者を直接知らない人でもこの本を読み終えるときつと著者に会って話を聴いてみたいという気持ちになるに違いない（評者は幸運にも2003年12月に著者のとても魅力的な講演を聴く機会を持ち、またさらに幸運なことに、本書のあとがきにあるものと同じサインをいただいた）。心地よい「コホモロジーそよ風」の次はどのような風を吹かせてくれるのだろうか。近い将来に次作が出ることを待ち望んでいる。

（高橋 亮，明治大学理工学部）