

和算家関孝和の人と業績

佐藤 健一

はじめに

数学は人間が生きていくために必要だから生まれ、発達してきたものである。世界の文明の発祥の地といわれる所では、「数学」の定義にもよるが、文明そのものの発祥の時点で広い意味で数学は存在していた。文明が高度になれば、数学もそれに伴って発達する。文明は人がより住みよく豊かに生きるということを目指すところから発達を続ける。見方によってはその大きな要素に数学があったと考えられる。

現在の数学は、江戸時代の末から明治時代の始めに欧米から入ってきた数学である。しかも開国と共に洪水のように入ってきて、それまでの日本で発達していた数学に取って代ったものである。一般の人にとってそれは必要なものではなく、人々が生きていくために必要な計算は「寺子屋」で学ぶ「そろばん算法」で十分であった。

日本で生まれた数学があるのかどうかは、今のところわかっていない。古代の日本の様子を見ると、隣国である朝鮮や中国の文化・文明の方が日本のものよりはるかに高く、たとえ日本独自の数学があったとしても、それらの国と接触すればすぐ消滅してしまったと考えられるからである。記録によると日本に数学が伝わったのは6世紀ころで、仏教の教典などと同時に『九章算術』（1世紀ころの成立）や『孫子算経』などが流入してきたのが最初である。日本は唐の制度を手本にして律令社会になったから、様々な法律が作られた。中国の唐の制度にもあるように、数学関係では、大学令で教師である算博士と学生である算生が設けられた。そして朝鮮や中国の数学書を使っての教育がはじまった。卒業生は官吏に登用されたが、数学を発達させるような人は現れなかった。算博士も世襲になってしまい、数学書が受け継がれるだけになってしまった。この状態のまま戦国時代が過ぎて、江戸時代に入ってしまった。江戸時代では貨幣の量がようやく日本の経済を支える量に近付いてきたこともあって、経済社会へと変化してきた。このため誰にでも数計算が必要になってきた。そこで室町時代に中国から伝わっていた「そろばん」が急速に普及しはじめたのである。そろばんを使うためのマニュアルも必要になり、そろばん塾も京都や大阪を中心に出現してきた。そのようなそろばんのマニュアルが『算用記』（1600年ころ、龍谷大学所蔵）や『割算書』（1622年、毛利重能）である。現存する『割算書』も数種類あって、それから推測すると数千冊は刊行されたものと考えられる。

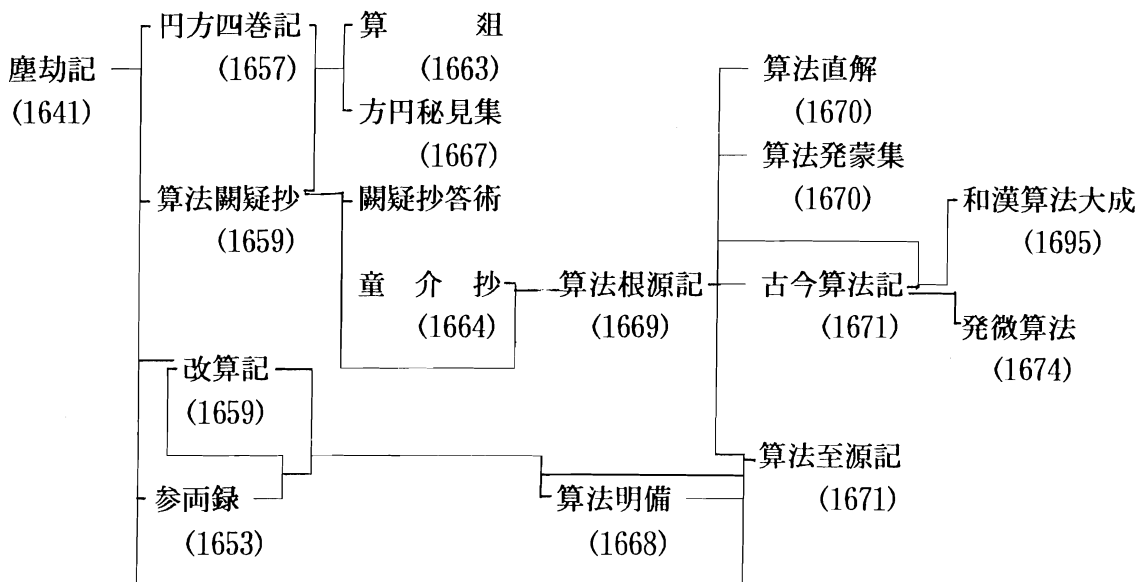
そろばん塾で日常の生活に必要な計算方法を学ぶ者のなかには、もっと高度な数学を知りたいという者も現れてきた。例えば吉田光由や今村知商などである。この二人は京都で手広くそろばん塾を開いていた毛利重能に、初歩的なそろばん算法を学んでいたが、師か

ら学ぶものがなくなった。吉田は京都の豪商角倉一族であったことから、角倉素庵について『算法統宗』（1592年、明の程大位）を学んで力をつけた。吉田はその力で日本の社会に合わせて『塵劫記』を寛永4年（1627）に刊行した。この本は世によく受け入れられ、何度も刊行された。また吉田には無断で他の版木屋が刊行を続けたこともあって、江戸時代を通してよく売れた。今村知商も日本に伝わってきている中国の数学書を集めて独学した。今村は寛永16年に『豎亥録』という漢文の数学書を刊行した。

吉田の『塵劫記』は寛永4年の26条本が最初の版で、寛永8年、寛永11年、寛永18年と刊行を重ね、次第に条数を増やし内容も豊かになっていった。寛永18年版は『新編塵劫記』といい、巻末に答のない問題を12問載せた。このように答のない問題を「好み」とか「遺題」というが、これは『新編塵劫記』から始まる。吉田が遺題を載せた理由は吉田の『塵劫記』を無断で刊行している版木屋や『塵劫記』程度の学力で数学を教えている教師への怒りであろう。

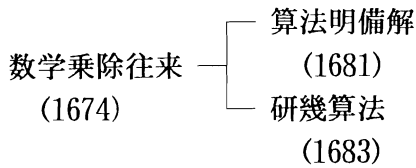
「そろばんを使つての数学教師は多いが、あまり学力もないのに大きな看板を出して教えている人がいる。一般の人からみれば計算の速い人が力があると思いがちである。自分の師が能力があるかどうか、ここに答を付けない問題を出しておくから、答の出し方を師に聞くがよい。」と下巻の始めに吉田が書いている。

『塵劫記』の遺題については12年後の承応2年（1653）、榎並和澄が『参両録』にその答を掲げた。榎並は吉田にならって『参両録』の巻末に遺題を8問出した。榎並の発表が刺激になって、その後初坂重春が『円方四卷記』（1657年）、山田正重が『改算記』（1659年）で『塵劫記』の遺題の解を発表した。彼らは自分も遺題を巻末に載せた。遺題を解き遺題を載せるというリレー式の数学問答が始まった。これを「遺題継承の風習」という。江戸時代を通して遺題の流れは4通りある。『塵劫記』から始まる系統を第1系継承といい次の図のようになる。

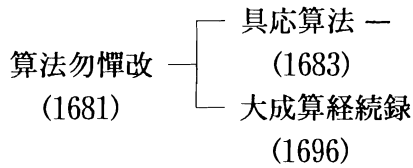


その他の継承は次のようになっている。

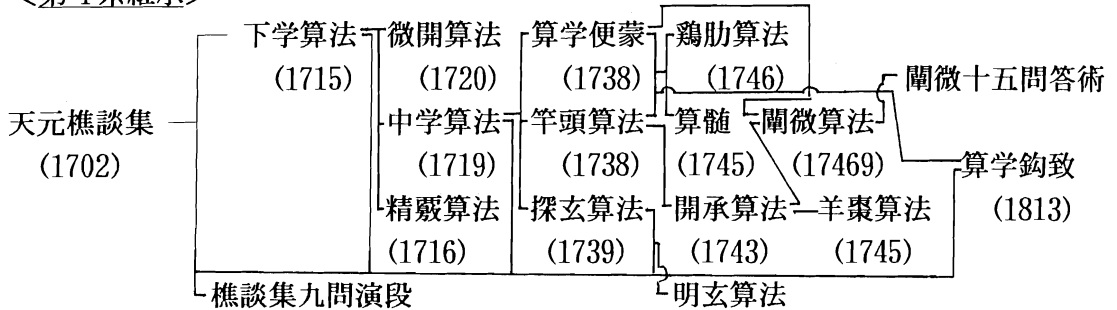
<第2系継承>



<第3系継承>



<第4系継承>

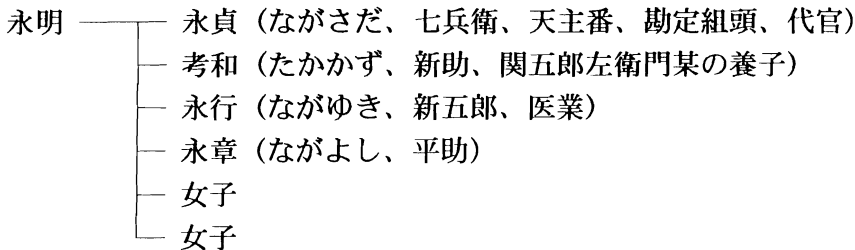


関孝和の生い立ち

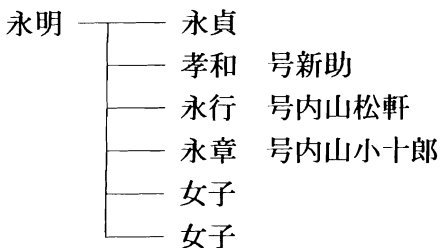
(1)内山家の家系

関孝和は内山永明の二男として生まれた。関の業績が内山家と関係があるとは考えられないが、関個人のことがあまりにも知られていないので、現在まで残っている資料として示す。

「寛政重修諸家譜」の内山家系譜



「寛政諸家系譜」の内山家系譜



孝和の父内山永明は上州藤岡（群馬県藤岡市）に生まれ、のち徳川忠長（駿河大納言）に仕えた。寛永9年に駿河大納言の事件で処士となり、藤岡に住んでいた。

寛永16年江戸城の天主番として召し抱えられ、寛永18年11月下総国（千葉県）千

葉郡飯山満村に知行百石、御蔵米50俵の身分になり、正保3年（1646）5月2日没した。

(2)孝和の誕生から武士としての生活

孝和は内山永明の二男として生まれ、関家に養子に入ったことは事実である。誕生前後に内山永明は藤岡から江戸に住所を変えている。いくつかの資料では生年とその場所がいずれも欠けている。永明は正保3年に死亡し、孝和の母もすぐに死亡したとある。弟が2人、姉が妹が2人いたのであるから、1640年ころの生まれであろうと判断できる。孝和は関五郎左衛門の養子になって、関家の家督を相続するのではなく、延宝4年（1676）ころに甲州の徳川綱重に仕えた。延宝6年に綱重が没し、綱豊（後の6代将軍徳川家宣）に仕えた。この頃、勘定吟味役（会計方の役人）になった。この頃孝和はすでに『発微算法』を世に出し、有名な数学者になっていた。勘定吟味役になったのは数学の力が評価されたからであろう。貞享元年（1684）に甲州の山梨郡の検地を行なうなどの記録がある。

宝永元年（1704）綱豊は5代将軍の世継となり江戸城西之丸に移ると孝和もこれに従って御納戸組に入り御納戸組頭（会計課長に相当）に進み御蔵米250俵10人扶持となった（後に300俵）。宝永3年（1706）引退して宝永5年没した。

(3)新井白石との関わり

新井白石と孝和との共通しているのは、徳川綱豊に仕えたことである。孝和は1678年から1708年、白石は1693年から1712年綱豊に仕えていたから、孝和と白石は16年間一緒であった。年令の差が15歳あり、白石が仕えた元禄6年では孝和は勘定吟味役であったし、数学の優れた役人として知られていたが両者接触はあまり無かったようである。「新井白石日記」によれば、白石が元禄15年12月21日に200俵20人扶持になった。25日の切米扶持方証文の写が「日記」に控えてあって、この証文の署名に孝和の名が記されている。

また、白石の「退私録」に孝和との話が記載されている。「関新助和漢間数の話」と題して、

関新助という同僚に数学の優れた人がいる。この人に間数について尋ねたところ、

中国の1歩すなわち6尺は日本の4尺8寸である。

中国の100歩は日本の64歩で、1歩は6尺である。

中国の100畝は日本の6400歩、すなわち21反3畝10歩

中国の19夫は日本の57600歩、すなわち19丁2反

中国の夏尺は1歩が6尺で、日本の曲尺の4尺8寸にあたることからこの問答の中国の尺は夏尺のこのようである。

(4)孝和の甲州における測量

「甲州山梨郡万力筋松本村御検地水帳」や「手塚村御検地水帳」のいずれも同じ年の貞享元年（1684）に検地役人の萩原孫四郎、戸田嘉兵衛と共に検地をし署名している。

『武林陰見録』（斎東野人、1738年序）によれば、「またある時、甲府へ用を言い付

けられ、江戸と甲府の間を駕籠に乗って往復した。この駕籠の中から江戸と甲府の間の道のり、方角や地形の高低まで詳しく絵図にして殿様に差し出した。」という話が書かれている。駕籠のなかで乗ったまま測量することは不可能であるが、甲府で実際に測量していたことからの話であろう。

(5)江戸城での生活

孝和は甲州徳川家に仕えていた役人である。前述のように甲州で田畑の測量もしているが、長期間甲州に留まっていれば、優れた数学の先生であることはよく知られていたので弟子志願の人が存在しても不思議ではない。しかし現在までのところその形跡は見られない。江戸からの遊歴算家が後の時代には山梨県で活躍していたことから考えて、弟子の居ないのは孝和は甲州にはほとんど滞在しなかったからであろう。

江戸城での話がいくつか残っている。

『武林陰見録』に「香木を分割する」「人形が鐘をつく時計の修理」の記載がある。

「文昭公（6代家宣）が將軍になった時のことであるが、江戸城の御納戸に大きな香木の伽羅があった。これを大名のかた達に分相応に分けることにした。細かく切ってしまったのでは価値がさがってしまうので、老中達が孝和に尋ねた。孝和は香木に筋を付けて差し出した。筋の通り切ったところ、重さについて1分の違いもなく、孝和は褒美をもらったという。」

「江戸城に先年中国から渡ってきた人形の付いた時計があった。この時計の下の台に釣り鐘があって、子供の人形が撞木を持って半刻、一刻ごとにするすると近付き、時の数だけ鐘を打つようになっている。このからくり人形の時計が故障してしまった。何人もの時計師を呼んだが、直せる人はいなかった。これを聞いた孝和は、人形時計を見せてほしいと願い出て、これを借り受け40～50日のうちに直して差し出した。」などと書かれている。家宣が將軍になったのは孝和が死んだ翌年であるから厳密には間違っている。時計については、建部賢弘の『授時曆経解』に宝永の末年（1710）に動かなくなった時鳴鐘を仕事の合間にお上の命令に従って修理した話があり、『辰刻愚考』にも時鳴鐘を修理したことが記録されている。『武林陰見録』では孝和と弟子の賢弘のことが混同されているところがある。

(6)孝和学习時代の数学

前述の通り孝和が物心のついた1650年代からおびただしい程の遺題を載せた数学書が刊行されていた。『塵劫記』の時代から、方程式に関わる問題は現れていた。方程式の解を求める方法について中国の「天元術」を理解する努力が始まっていた。孝和の青年時代に刊行された『算法闕疑抄』『算俎』『算法勿憚改』を手にして、孝和は真剣に取り組んだと考えられる。それ以前にそろばんを使いながら独学の出来る『塵劫記』を熟読したものと思う。『塵劫記』が理解出来ていれば、『算法闕疑抄』『算俎』『算法勿憚改』をこの順で独学することは可能である。

孝和の学習についての逸話が『武林陰見録』で次のように書かれている。

「若い頃は割算の九九である八算も知らなかった。家来たちが『塵劫記』を読んでいる

のを見て、これを少しの間貸してほしいと借りて、間もなく全部読み終えてしまい書いてあることを理解してしまった。その後はこれが切っ掛けとなって、算書があればそれを読み、書いてある問題があればそれを解き、いつのまにか解けない問題はなくなってしまった。」と。この『武林陰見録』は孝和が亡くなって30年後に刊行されたのであるから、孝和の弟子の時代の人から聞いたことが書かれているようである。

1659年に『算法闕疑抄』が刊行された。この書の著者は磯村吉徳とって、数学の力が認められて二本松藩（福島県二本松）江戸作事奉行、豊奉行などの勤めた経歴があるが、江戸で手広く数学塾を開いていた。『算法闕疑抄』は評判の算書である。ここには100問の遺題が掲載されていた。これは孝和にとって格好の練習問題であった。この100題を全部解き、しかも天元術を使っている。これを清書して『闕疑抄一百問答術』として1672年ころに完成している。さらに1663年に『算俎』が刊行された。著者の村松茂清は播州赤穂の浅野家に仕え、江戸で数学塾を開き多くの弟子がいた。この本の特徴は1巻は易しく、巻をおって次第に難しくなるように編集されていて、同じ内容でも難易によって巻が分かれて出てくる。もう一つの特徴は第4巻の「円率」で、円周率を理論的に計算していることである。すなわち円に内接する正32768角形の辺の長さから、円周率を3.14としたものである。この本には遺題はないが他の本の遺題を多く使っている。孝和はこの書に大きく影響を受けた。孝和の最初の著書は『規矩要明算法』であるが、この中の「環矩術」は村松の『算俎』の「円率」の計算をやり直したもので、『算俎』と同じ正32768角形までの計算がされている。ここでは天元術が使われていないので『闕疑抄一百問答術』よりも前に書いたものである。

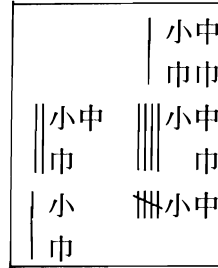
沢口一之『古今算法記』（1671年）の遺題に答えた『発微算法』は1674年に刊行され、同じ年に『勿憚改答術』をも著した。孝和は『発微算法』を著す頃までに中国の天元術から傍書式演段すなわち「点竄術」を身につけた。前述の『武林陰見録』に「中国の算書『算学啓蒙』を熟読し、天元術についての原理や使い方を理解出来た。それ以後は工夫を重ね、演段法を発明したり、暦の計算や天文学まで幅広く研究した。このことがお上の知るところとなって甲府の徳川家では勘定奉行の格まで位があがった。このころ奈良の都にいつ渡ってきたかわからない中国の本があった。何の本かわからないことから話題になっていた。孝和はこれを聞いておそらく算書であろうと推測して、お上に暇をもらい南都に逗留してこれを写しとり、江戸に帰った後3年間努力して、この意味を理解した。この書を理解したことによって、孝和の学力は古今無双の名人になった。」とあるように中国の算書の影響も大きいのである。この奈良のお寺から写し取った算書というのは『楊輝算法』であろうと言われている。孝和の写し取った書は残っていないが、その書を富山の石黒信由が写したというものが現存する。孝和が写し取ったのは寛文元年（1661）となっている。時代からみて奈良で写したものは『楊輝算法』であったろうと言われている。

孝和の数学的業績

(1)点竄術の発明

与寄左相消得式

左に寄せた16丑²寅²
と相消する。

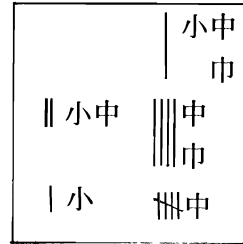


$$\begin{aligned} & \{小^2中^2 + (2小^2中 + 2小中^2) x \\ & + (小^2 + 中^2) x^2 + (-2小 - 2中) x^3 + x^4\} - \{-2小中^2 x + (4小中 + 中^2) x^2 + (-2小 - 2中) x^3 + x^4\} \\ = & 小^2中^2 + (2小^2中 + 4小中^2) x + (小^2 - 4小中) x^2 = 16丑^2寅^2 - 16丑^2寅^2 = 0 \end{aligned}$$

遍小径ヲ省キテ得ル

小で割ると

$$小中^2 + (2小中 + 4中^2) x + (小 - 4中) x^2 = 0$$



大径巾ヲ乘シテ実へ加フ

x²を大²として

$$\begin{aligned} 小中^2 + 小大^2 - 4中大^2 &= (-2小中 - 4中^2) x \\ 小中^2 + 小大^2 - 4中大^2 + (2小中 + 4中^2) x &= 0 \\ \text{実は小中}^2 + \text{小大}^2 - 4\text{中大}^2, \text{方は} 4\text{中}^2 + 2\text{中小} & \\ \text{であるから} & \end{aligned}$$

実ヲ自乘シテ寄左 方巾二大径巾ヲ乘シテ与左相消ス

$$\{(4中 - 小) 大^2 - 小中^2\}^2 = 方^2 大^2$$

列併中円径四箇与 小円径二箇得数自之 以中円径冪 相乘 是方巾ナリ

$$(4中 + 2小)^2 \times 中^2 = -方^2$$

亦以大円径冪相乘 与寄左相消

$$\{(4中 - 小) 大^2 - 小中^2\}^2 = (4中 + 2小)^2 中^2 大^2$$

ここで説明は終わっている。問題の条件から

$$\frac{\pi}{4} 大^2 - \frac{\pi}{4} 中^2 - \frac{\pi}{4} 小^2 = 120, \text{ 中} - \text{小} = 5 \text{ の式を合わせて大、中を消去すれば小が求められる。}$$

(2)行列式

孝和の行列式は『解伏題之法』に書かれている。完成したのは1683年以前であることは天和三年重訂書とあるものが現存することから間違いない。「伏題」というのは、未知数が1つではなかなか方程式が立て難い問題をいい、1回の消去で直ちに方程式が得られる「単伏」と、何回も消去を繰り返す必要のある「衆伏」とがある。言い換えればね2元の連立方程式は単伏、3元以上の連立方程式は衆伏という。和算では方程式を表わすのに係数だけを並べるから、連立方程式を書けばそれが行列式になっている。

(3)近似分数

例えば円周率πのような数値を22/7とか355/113のように表わす方法を考え

た。これを関の零約術という。円周率を小数にした計算は既に村松茂清によって6桁正しい値が出されており、関自身も小数では求めていた。 $3 < \pi < 4$ であるから、分数で表すのに分子3、分母1から出発して、分子に4を加え分母に1を加える。次に分子に3を分母に1を加える。分母には1を加え、分子には4または3を加える。この違いは3を加えることを6回続けたら7回目に4を加えるという規則になっている。

(4)増約術

直径1の円に内接する正 2^{13} 角形の周の長さをa、正 2^{14} 角形の長さを周をb、正 2^{15} 角形の周の長さをcとすると、これらを使って円周率を

$$b + \frac{(b-a)(c-a)}{(b-a)-(c-b)}$$

で計算すると、より π に近い値が計算出来る。孝和は

この方法によって 3. 1415926535897932476 まで計算した。

孝和の後継者

関孝和は仕えていた甲府徳川綱豊が宝永元年(1704)に5代將軍綱吉の世嗣になり江戸城西之丸に入る。関もこれに従って幕府直属の役人となったから、公務多忙であったと思われる。非役の小普請役に宝永3年(1706)になっているが、それ以後に弟子養成の活動をしたとは思えない。建部賢明の言(『建部氏伝記』による)によれば、「元禄の半ばを過ぎると弟の賢弘も多忙になり、また関孝和も病気がちで熟考することが不可能になっていたので元禄14年から『大成算経』を賢明が10年かけて注を付け20巻にした。」とあることから孝和の弟子は孝和が比較的若い頃に弟子になった人だけなのかもしれない。

孝和の弟子で名前のわかっている数学者は建部賢之(1654~1723)、建部賢明(1661~1716)、建部賢弘(1667~1739)、荒木村英(1640~1718)、三滝郡智、三俣久長、宮地可篤、青山利永、久留重孫ぐらいであろう。

後年関孝和の流れをくむ関流が樹立され、師が弟子に学力に応じてそれぞれの段階の免許状を渡すようになったが、それによれば

関孝和→荒木村英→松永良弼→山路主任→安島直円→日下誠→内田五観のようなそれぞれの時代に関流を取り纏めていた「宗統」と言われていた人が名前を並べている。その人達の大部分の人は前者から受け継いだ関流の数学を研究し、発展させたり工夫しているが集大成することはなかった。形式上では孝和の後継者は荒木村英であるが、実質上の業績の後継者は建部賢弘であった。関が成功しなかった極限の考えを含んだ円理、行列式の整備などが建部の業績だからである。13歳の時に兄の賢明と共に入門し、元禄時代では孝和の助手的な存在であったようである。孝和の『発微算法』は賢弘が入門する3年ぐらい前に刊行されていた。入門して4年後に佐治一平達が『発微算法』の誤りを正すといって『算法入門』を刊行した。賢弘はそれに反論して『研幾算法』を1683年に刊行している。入門して6年後のことで、兄の賢明や師の孝和の助けを借りての発表かもしれないが非常に急速に学力を付けていたことを示している。賢弘晩年の著書に『不休綴術』(享保

7年、1722年序）がある。不休は賢弘の号である。賢弘は序文の中で、帰納法は数学の問題を解く本質であることを述べている。また、関孝和と自分とを比較して

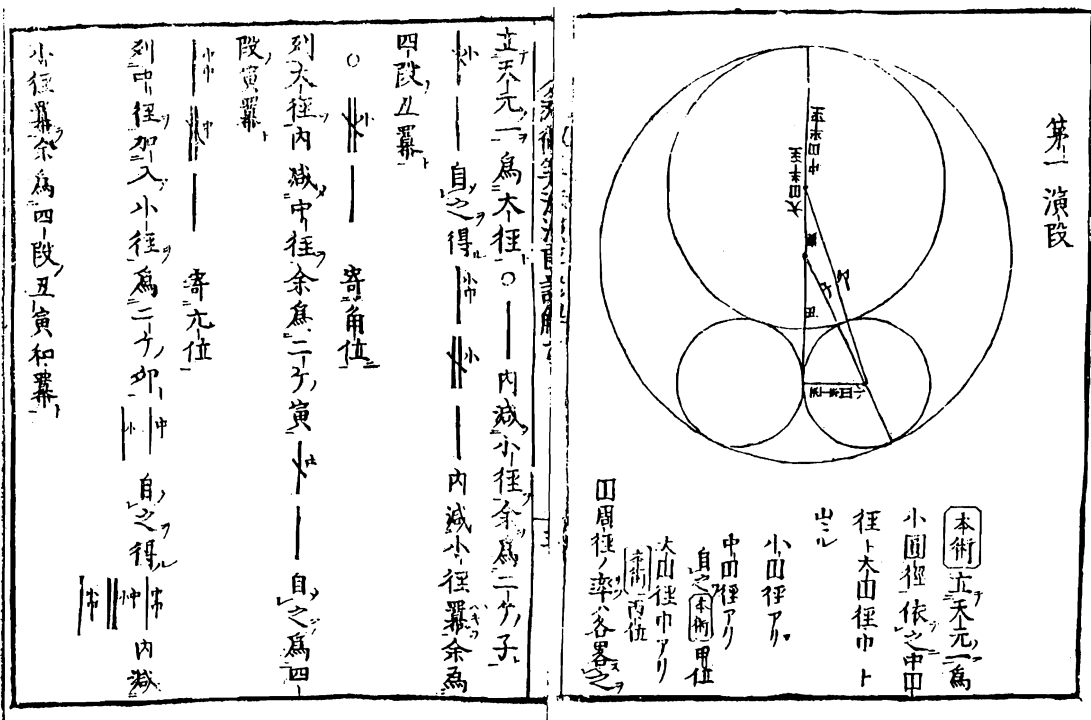
「関先生が優秀なことは、この世の中に比較する人がいないことから明らかである。しかし、円積についての問題は難しくて解決できずなげている。これは安行にたよっている為であろう。自分は優秀でないから苦行を続けている。自分の天から与えられた才能は関先生の10分の1もないのであるが、関先生のように嘆くことも無く苦行を重ねて、最後には安住の思いをすることが出来た。」これは賢弘の弟子に対する思いであった。

おわりに

関孝和は最後は幕府の役人として「寛政重修諸家譜」などに名を残すことが出来た。しかし、数学者に限らず大部分の学者は公式の書類に記録されることは稀である。唯一の資料は著書であり、神社仏閣に掲げられている「算額」あるいは弟子たちが師の業績を顕彰して建立した碑である。書物や算額は年々失われているのが現状である。したがって、現在残っている資料を保存し、研究者を育成することが和算という江戸時代の数学文化を次の世代の人達に伝える最良の方法である。現在この運動が和算研究者の中からおこっており、財団法人にすることを目指して多くの企業をも含めた人達の賛同協力を得るよう努力している。

（さとう けんいち・明治大学付属中野八王子

中学・高等学校教頭）



『発微算法演段諺解』の最初の問題の演段