木田良才氏の文部科学大臣表彰若手科学者賞受賞に寄せて

京都大学大学院理学研究科
泉　正己

京都大学大学院数理科学研究科の木田良才氏が，受賞理由「離散群と測度同値の研究」により平成23年度科学技術分野における文部科学大臣表彰若手科学者賞を受賞されました．心からお祝いを申し上げげます．これは木田氏にとって，2007年の井上研究奨励賞，2009年の日本数学会幾何学賞に次ぐ受賞です．

木田氏は2003年に京都大学理学部三回生終了後に理学研究科の修士課程に入学，2006年に博士課程一年で学位取得と同時にMax-Planck研究所研究員として招へいされ，2007年に東北大学理学研究科助教，2009年に現職である京都大学大学院理学研究科の特定准教授に着任されました．

木田氏の受賞理由にある測度同値という言葉は，殆どの読者にとって馴染みのないものと思います．ここで簡単に木田氏の業績について解説させていただきますが，以下の記述は数学的に必ずしも正確でない部分を含みますので，詳しくは木田氏本人による論説 [5] をご参照ください．

測度同値性はGromovが1993年に導入した概念であり，幾何学的群論における最も基本的な概念である擬等長性の測度論的な類似物です．より正確には，二つの可算離散群 Γ と Λ が測度同値であるとは，ある測度付き標準Borel空間に $\Gamma\times\Lambda$ が保測的に作用し，さらに Γ と Λ のそれぞれが測度有限の基本領域を持つことを言います．測度同値な群の典型例としては，局所コンパクト群 G の任意の二つの格子 Γ と Λ（つまり G の離散部分群で $G/\Gamma, G/\Lambda$ が有限不変測度を持つもの）が挙げられます．この場合，Γ の G への左からの積による作用と Λ の G への右からの積による作用が上の条件を満たします．

また測度同値性は，作用素環論とエルゴード理論の境界分野で軌道同値の名の元で古くから研究されていた概念とも深くかかわっています．因子環は作用素環論の最も基本的な研究対象の一つですが，作用素環論の創始者であるMurrayとvon Neumannは1930年代に，群測度構成法と呼ばれる離散群の測度空間への自由かつエルゴード的作用から因子環を構成する方法を考案しました.（やや不正確な表現を使えば）二つの群が測度同値であるとは,「測度空間への作用を通して同じ因子環を生成することができる」ことを意味します. Connesの有名な単射的 II_1 型因子環の一意性定理は，群測度構成法を通してOrnstein–Weissによって証明された「可算無限従順群（すべての可換群を含む）はすべて互いに測度同値である」という事実に対応しています．これらは全て測度同値性の概念が導入される10年以上前の結果です．

このように，軌道同値性は極めて弱い同値関係であると信じられていました．限定された状況で弱い同値関係から強い同値関係を導く命題はしばしば剛

性定理と呼ばれます．Zimmer の一連の研究に基づき 1999 年の論文で Furman は，実階数が 2 以上の単純 Lie 群の格子に対して測度同値性に関する剛性定理を示しました．例えば G を特殊線型群 $SL(n,\mathbb{R})$, $n \geq 3$，とします．Furman は G の格子 Γ と測度同値な可算離散群 Λ は実質的に G の格子に限られることを示しました．測度同値な群 Γ と Λ は同じ家 G に住む家族に例えることができます．G は他の家と完全に孤立しているのですが，家族のメンバーは多様であり（G の格子は沢山ある），Γ に対して最も強い意味での剛性が成り立つとは言えません．

木田氏は学位論文 [2] とそれに続く論文 [3] で，種数 2 以上の曲面の写像類群が測度同値性に関する完全な剛性を持つことを示しました．つまり，このような写像類群 Γ が可算離散群 Λ と測度同値であれば，Γ と Λ はほとんど同型となることを示したのです．上の例えを使えば，この結果は写像類群達が家族を一切持たないことを示したものであり，測度同値性に関する考え得る最強の剛性定理です．また木田氏は，写像類群の有限測度を保つ任意の自由作用の軌道同値性に関する剛性定理も示しました．このような性質を持つ群の存在は木田氏の研究以前には全く知られておらず，これらは分野の常識を覆した驚くべき結果として専門家の称賛を受けています．木田氏の議論は，カーブ複体の Gromov 境界や Teichmüller 空間の Thurston 境界への写像類群の自然な作用の解析と，Ivanov による写像類群の部分群の分類を擬群の設定で行うことを柱としています．これは測度論・函数解析的な議論と群論・幾何学的な議論を併用した力技であり，最近の Furman による測度同値性に関する概説 [1] でも，‘real tour de force’ と称賛されています．

その後木田氏は [4] で，写像類群の研究のときに用いたアイデアをさらに追及することにより，写像類群と同様な剛性を持つ離散群の融合積を使った構成法を発表しました．最近 Popa と Vaes は作用素環論の長年の懸案であった W^*-超剛性を持つ測度空間への群作用の例を構成しましたが，木田氏のこの結果が彼らの構成に与えた影響は少なくありません．

筆者は大学院での木田氏の指導教員となる幸運に恵まれたのですが，作用素環論が専門の私が考えた当初の目標は，実際に木田氏が証明したことに比べればはるかに控えめなものでした．木田氏が私の指導から得たものよりも私が彼から学んだことの方がはるかに大きく，実際自分の専門分野以外でこのような大きな結果が証明される過程を間近でつぶさに見ることができ，得難い経験をさせていただきました．まだ 20 代の木田氏ですから，これから更なる新境地を開拓してくれることと思います．ご活躍をお祈りします．

References

[1] A. Furman, *A survey of measured group theory.* in Geometry, Rigidity, and Group Actions. 296–374, The University of Chicago Press, Chicago and London, (2011).

[2] Y. Kida, *The mapping class group from the viewpoint of measure equivalence theory.* Mem. Amer. Math. Soc. *196* (2008), no. 916.

[3] Y. Kida, *Measure equivalence rigidity of the mapping class group.* Ann. of Math. (2) **171** (2010), no. 3, 1851–1901.

[4] Y. Kida, *Rigidity of amalgamated free products in measure equivalence.* to appear in J. Topol. arXiv:0902.2888.

[5] Y. Kida, 測度論的群論における剛性の研究. 数学 **62**, (2010), 479–501.