

入谷寛さんの文部科学大臣表彰若手科学者賞受賞に寄せて

首都大学東京理工学研究科
Martin Guest

量子コホモロジーの「量子」は物理に起源をもつため、この分野に関する物理学的な動機を少しはじめに説明したいと思います。今日、量子場の理論は、空間の複雑な幾何構造をまとめるための便利で体系的な方法を提供するという意味で、コホモロジー理論に—かなり—似ています。量子場の理論は、抽象的に研究され、抽象的な一般原理に発展し、具体的な空間についての非自明な結果を最終的に導きます。おそらく、この記述は楽観的すぎるでしょうが、量子コホモロジーの場合には完全に誤りというわけではありません。なぜなら、多くの非自明な数学的事実が、既にこの20年で得られているからです。

出発点は量子場の理論の「相関関数」を表現するために使われる経路積分の概念です。よく知られているように、経路積分は一般的には厳密に定義されていません。しかしながら、いくつかの状況では、これらは局所化原理により有限次元の積分に簡約されます。例えば、「2次元非線形シグマ模型」のある経路積分は、曲面からその理論の標的空間への正則写像の空間上の積分に簡約され、そのような空間は通常有限次元になります。このことが厳密な数学的手法が経路積分の計算に適用できることを期待させ、(我々数学者にとっての)競争が始まりました。

もっとも初期段階の、もっともよく知られた数学的事実の一つとして、代数幾何学における数え上げ問題のミラー対称性による解決があります。求めるべき数たちは関数のべき級数表示の係数として表現され、ある微分方程式を解くことによりその関数が計算されます。これは量子場の理論の観点からみると自然ですが、数学者達には謎めいていました。そのため、この分野では厳密な定義を与えるという問題よりもより多くのことがあります。すなわち、全く新しい現象を説明できるようにしなければならないのです。

Giventalにより、この分野における微分方程式(あるいはD加群)の役割が—数学者にとって—非常にわかりやすいものとなりました。彼は純粋に位相的な概念である同変Floer理論が、微分作用素からなる非可換代数をどのようにして自然に導くかを発見的に説明しました。実際、これはHamilton力学系におけるWeyl量子化の手続きにとっても似ています。量子コホモロジーはFloerコホモロジーにより数学的に記述されることから、Giventalの考察は量子コホモロジーにおける微分方程式を純粋数学的に扱うための道を作ったのです。

入谷寛氏は修士論文でGiventalのアイデア、すなわち「同変Floer D加群」

の厳密な枠組みを与えることに専念しました。このことにより彼は、修士論文がとても有名な、きわだって優秀な日本人数学者集団の一員となりました。(欧米では修士論文は存在しないか、ありふれたものになりがちのため、修士論文が有名になるという現象はとても印象的です。) 続けて博士課程および学位取得後の研究では、量子微分方程式に関する様々な問題に取り組んで成果を収め、この領域を数学の一分野として確立することに大きく貢献しました。

学位論文で入谷寛氏はトーリック多様体の量子コホモロジーについて研究しました。FanoあるいはCalabi–Yau多様体の場合は既によく知られていますが、「一般型」と呼ばれるより難しい場合についての結果を導きました。これには強力な技術的な能力だけでなく新しい発想を必要としました。トーリック軌道体の量子コホモロジーはさらに大きな挑戦でした。Coates, Corti, Tsengらとの一連の共同研究では、微分方程式による枠組みをトーリック軌道体へ拡張することで、新しい結果や予想、アイディアの豊かな収穫に恵まれました。特にこの研究ではクレパント解消予想に関して多くのことが明らかになり、いくつかの重要な場合にはクレパント解消予想が証明されました。

さらに、彼は量子コホモロジーの実構造および整構造を初めて発見しました。量子コホモロジーは正則なものですが、物理(ミラー対称性)によって、実あるいは整構造も存在すると予想されました。入谷氏はこれを調べ、K理論を用いることで数学的な説明を与えました。

入谷氏の現在の研究はさらに広くなり、彼の研究がさらに大きく進展していくことには疑問の余地がありません。多くの優秀な数学者が複雑な現象を単純化し、説明する才能がありますが、彼は逆の才能—慣れ親しんだものを慣れ親しんでいないものに変え、その結果として新しい構造を明らかにする才能—をも持ち合わせています。今回の受賞において、入谷寛氏は刺激的で競争の激しい分野で、すでに重要な貢献をした非常にすぐれた若い数学者として評価されました。

本稿の執筆にあたり、日本語の文章を手伝っていただいた酒井洋範氏に感謝の意を表します。