小林俊行氏の大阪科学賞および日本学術振興会賞受賞によせて

大島 利雄（東京大学大学院数理科学研究科）

小林俊行氏は,「リーマン幾何の枠組を超えた不連続群論の創始とリー群の無限次元表現における離散的分岐則の発見」という二つの業績により大阪府・大阪市・財団法人大阪科学技術センターの主催する大阪科学賞を受賞されました．授賞式および受賞記念講演は平成 18 年 11 月 1 日に大阪科学技術センターで行われました.

大阪科学賞は，創造的科学技術の振興を図り，21 世紀の新たな発展と明日の人類社会に貢献することを目的として，昭和 58 年度に創設され，理学・工学・農学・生物学・医学・情報科学とそれらの学際的分野における学術上の顕著な業績，あるいは画期的な新技術の開発に対して，毎年 2 名に贈られるものです.

数学研究が選出された今回の受賞は日本数学会にとって喜ばしいことであり，大阪科学賞の受賞に関して私が数学通信の記事の執筆の依頼を受けていた間に，日本学術振興会賞をも受賞されることが内定したという知らせが届きました．受賞題目は「代数・幾何・解析にまたがるリー群の無限次元表現の理論と不連続群の研究」ということで，氏が創始し世界的に展開し始めた分野が評価され，現在その分野の牽引車となっている小林氏が二つの賞を重ねて受賞されることになったのは誠に喜ばしいことです.

小林氏は，既存の特定の問題をアタックするというタイプの数学者でなく，種々の現象から分野を超えた新しい概念や手法をどんどん作り出し，それを発展させて高い観点から一般的な結果を生み出すとともに，既存の難問も解決してしまう，というタイプの数学者であると思います.

工学者からの疑問が契機となって，積分幾何における Pompeiu 問題を研究し，領域の変形の立場で，球からの連続変形の意味で予想が正しいことを示して非コンパクト型対称空間への一般化を考察し，また，領域の特性関数のフーリエ像の零集合の無限遠での漸近挙動から領域の形状を記述する非線形偏微分方程式を導くなど，いくつかの注目すべき結果を出したとき，氏はまだ修士課程の学生でした.

以下，今回の二つの賞の受賞題目に関連する小林氏の業績について紹介します.

【擬リーマン等質空間における不連続群】

20 世紀の幾何学の発展において，リーマン幾何は局所から大域への大きな流れに乗りましたが，その他の幾何構造，特に計量が正定値とは限らない擬リーマン幾何についてはその流れに乗り遅れた感がありました．小林氏は「局所的に等質な幾何構造をもつ多様体が大域的にどのような制約を受けるか」という観点で，1980 年代後半ごろから，リーマン幾何の枠組みを超えた等質空間の不連続群論に世界で最初に本格的に取り組み，その基盤づくりに着手しました.

氏の博士論文に含まれる最初のアイデアは，不連続群を連結な群で近似する，というものでした．計量が不定値の空間においては離散群の等長な作用が必ずしも真性不連続ではないことに起因した，古くから研究されていたリーマン対称空間の不連続群論とは著しく異なる現象を見出しました.

小林氏は局所等質空間の基本群が有限となってしまう Calabi-Markus 現象が，局所簡約対称空間の場合に簡単な階数条件で表せることを示し，その条件を一般の局所等質空間の場合に拡張して解明しました．コンパクトな Clifford-Klein 形の存在問題については，存

在に対する様々な障害の発見とともに，$\mathrm{SO}(2n,1)/\mathrm{U}(n,1)$, $\mathrm{SU}(2,2n)/\mathrm{Sp}(1,n)$ など多くの存在例を系統的に発見しました．また，コンパクトな Clifford-Klein 形の基本群の変形問題を構築し，例えば前者の存在例では非自明な変形が存在しないが，後者では存在することを示しました．特に，3 次元ローレンツ多様体における Goldman の予想を高次元化して解決しました．

Selberg-Weil-Mostow-Margulis と系譜が続く剛性定理は高次元のリーマン対称空間の不連続群の剛性を証明するものでしたが，正定値ではない半単純対称空間において，局所剛性と大域剛性の定式化を初めて行い，いくらでも高い次元で剛性定理が成り立たない例を初めて構成しました．

小林氏が当初一人で取り組んできたこの領域では，最近，Benoist, Margulis, Corlette, Oh-Witte, Labourie-Mozes-Zimmer, Shalom などによる研究がなされ，離散群，力学系理論，シンプレクティック幾何，調和写像，グラフ理論，ユニタリ表現論などの種々の発想に基づいた研究も行われ始めるなど，他分野との新しい接点が生まれつつあります．これらの研究者により得られた例のほとんど全てが，それより前に発表された小林氏の一般的な定理に含まれていました．

国際数学者会議などの提言があって，重要と思われる未解決問題と今後の展望を記し，21 世紀に取り組むべき数学の問題の提起を集めた書物が出版されていますが，その著者の一人となった小林氏は，この新しい分野の現状をまとめてこれから取り組むべき問題を述べています．

小林氏は独創的かつ一般的なアイデアや概念を提起するので，萌芽期には本人以外にその意義を明確に読み取ることができる研究者は少なかったのですが，それが発展し応用されて種々の未解決問題の解決に結びついてからは世界的に注目されてきました．上記もその一例ですが，氏の主要研究テーマの一つの無限次元ユニタリ表現論でも同様です．

【無限次元表現の部分群への制限】

ユニタリ表現論においては，表現の誘導と制限という 2 つの大きなテーマがあります．1 次元表現からの誘導は等質空間上の大域解析と等価であり Gelfand, Harish-Chandra 等以来，大きく発展してきました．一方，誘導に比べて制限の理論は，特殊な事例を除き未開拓のままに残されていました．小林氏は 1990 年代に，ユニタリ表現の制限に関する種々の「悪い」現象を調べ，逆に「良い」振舞いをするクラスが意外にも豊富にあることを発見し，離散的分岐則の理論として発表しました．これにより有限重複性に関する Wallach 予想もより一般化された形で解決されました．

その後，この理論を用いて，例外型リー群の既約ユニタリ表現が Gross, Wallach により構成され，より一般に等質空間上の離散系列表現の新しい構成が進展しました．またモジュラー多様体の位相的性質の知見が得られるなど，関連分野への応用が拡がりつつあります．

小林氏は，複素解析的手法，代数解析的手法，純代数的手法を開発し，表現の制限が離散的に分解する状況を研究し，十分一般の場合にそれが起こるための必要十分条件を得ましたが，これもその後ユニタリ表現論における新しい手法と分野へと小林氏が中心となって発展させ，氏はそれをヨーロピアンスクールやハーバード大学で講義しています．

ところで表現論が「道具」として最も効力を発揮するのは，既約分解の重複度が 1 になる場合であり，歴史的にも様々な手法によって多くの例が発見されてきました．最近の小

林氏は複素多様体における「可視的な作用」という概念を導入し，この新しい幾何学的立場の視点から，無限次元の場合と（組合せ論が絡む）有限次元の場合を同時に含む重複度 1 の表現の統一的理解を進め，多くの興味ある具体例を構成しています．

【特異なユニタリ表現と非可換調和解析】

特異ユニタリ表現の研究は最近のユニタリ表現論の中心課題ですが，小林氏の研究テーマにも常に含まれ，その成果の一つは不定値 Stiefel 多様体 $U(p,q;F)/U(p-m,q;F)$ における特異表現の研究となってアメリカ数学会のメモアールとして出版されており，この多様体における多くの離散系列表現が解明されました．

また，保型形式の整数論で重要な Weil 表現は，表現論の立場からはメタプレクティック群の最も特異なユニタリ表現 (極小表現) といえます．ローレンツ群 $O(p,q)$ の極小表現は 1990 年代に Kostant 等により代数的手法を用いて発見されました．この表現は，他の既約表現から孤立しているが故に，思いがけない場面に登場する可能性も秘めています．小林氏は Orsted との共同の研究で，まず一般の擬リーマン多様体上の山辺作用素の大域解の空間に共形変換群の (無限次元) 表現を構成しました．特にこの理論を定曲率擬リーマン空間に適用することによって，$O(p,q)$ の極小表現が幾何学的に構成できることを示しました．さらに偏微分方程式への応用として，Euclid 空間における定数係数のウルトラ双曲型偏微分方程式の大域解の共形不変な保存量を得ました．これは，極小表現の理論から内在的に存在していることが予知され，佐藤超関数のアイディアを使って構成されました．

無限次元表現論は，量子力学と関連し Bargmann, Gelfand-Naimark などにより当初解析的観点から研究が始められ，その後 Harish-Chandra によって簡約リー群の正則表現の分解が得られて以降，Vogan などにより代数的研究に偏向する傾向がありました．小林氏の業績は，再び解析的観点を復活させ，代数的手法と合わせ，さらには幾何学的観点も取り入れて無限次元表現論本来の姿に戻ったといえます．そのため関連する応用も多岐にわたり，ユニタリ表現論はもとより，幾何学，保型関数，特殊関数，偏微分方程式論などに及んでいます．

なお，EU 統合後のヨーロッパでは EU の予算を使ってポスドクのための大型のサマースクール（ヨーロピアンスクール）が開かれていますが，そこでの主要講師に小林氏は 2 度選出されています．これを含め，海外のサマースクールの主要講師に何度も招待されている他，2002 年の国際数学者会議や 5 年に一度開かれるアジア数学者会議（2005 年）で招待講演を行い，4 年に一度開かれる PACOM（汎アフリカ国際数学者会議）では 2004 年に基調講演を行っています．

このように，小林氏は国内はもとより海外での研究活動でも指導的役割を果たしており，常に多くの数学者が来日して氏の元に訪れています．さらに，日本数学会の雑誌 JMSJ の編集委員長として雑誌のレベルを高めるのに尽力され，その後は存亡の危機に瀕していた JJM を研究総説誌として復活させて第 3 シリーズとして 2006 年に再出発させるなど，日本数学会の学術活動の改革に献身的に取り組んで成果を挙げられています．研究・教育活動のみならず，数学界の多くの仕事をされて多忙を極めていることと思いますが，健康に注意されて，21 世紀の数学を動かしていく数学者の一人としての小林氏の活躍をこれからも期待しております．