

日本数学会「大学生数学基本調査」に関する報告書 (FAQ)

調査全体に関して

Q1. 本調査の特徴はなんですか？

A1. 対象が大学生であること、基本的な数学力を統計・論理・代数・解析・幾何の5分野から、また論理的読解・論理的説明・概念理解・数量スキル・概念から構成される数学イメージ・具体的な場面における数学活用という6つの基礎的な数学力を調査し、各因子との関係を分析したことです。さらに、記述式の回答を誤答の傾向に従って分類し、特に、「論理的に意味が通らないタイプの誤答」(重篤な誤答)の割合や具体的内容、またそのような解答に至ったバックグラウンドを明らかにしたことも大きな特徴だと考えています。基礎的な数学力には、他にも計算力や数学的知識を利用しての問題解決など様々な観点がありますが、それらについては、他にも定評がある調査がいくつか実施されているため、今回の調査では、上記のような観点に絞って問題を設定しました。

Q2. 大学生を対象としたことの意義はなんですか？

A2. 入学者のうち、一般入試を経ている学生の割合は55.2%に過ぎません(2010年度のデータによる)。一般入試を経ている学生でも、数学の入試を経ている学生の割合は多くはありません。数学の入試を経していない学生が多数を占める中、大学でどのような数学教育をすればよいか、また、初等中等教育とどのように連携する必要があるか等を検討するには、まずは大学生の数学力を把握する必要があります。

また、数学教育は、科学技術立国日本を支える人材育成や、次の世代を育てる教員育成に欠くことができない教育です。よって、大学生全体の数学力を把握する調査を実施し、その結果を社会全体で共有することが大切だと考えました。

Q3. サンプルはどのようにして取りましたか？

A3. 本調査に協力して下さる方を募って調査を実施しました。無作為標本抽出ではありません。ただし、なるべく各偏差値群に多くの異なる大学が含まれるように留意し、サンプルが不足した場合には、個別に調査の依頼をし、サンプルに偏りが無いよう心がけました。

残念ながら、各系に偏差値群が均等に分布しているとは言えません。また、実際の大学の分布に比べ、国公立S・A群に含まれる大学が多く含まれています。

Q4. どのような大学で調査をしたのですか？

A4. 匿名による調査のため、公開しません。調査の継続のためにも、大学名の詮索は避けていただけますようお願いいたします。

Q5. 調査を実施したのは数学の授業ですか？

A5. 調査を実施した90クラスのうち、数学の時間に調査を実施したのは72クラスです。18クラスはそれ以外の時間でした。

Q6. 成績に関係ない調査では、真面目に回答しない学生も多いのではないですか？

A6. 問3以外は白紙率は予想よりはるかに少なく、また、ふざけて書いたと思われる回答はすべての系統および偏差値群において統計的に無視できるほど少なかったです。学生は真面目に調査に協力してくれたと感じています。

Q7. 解答の時間は十分でしたか？

A7. ステージ1（1-1, 1-2）の解答時間は5分、ステージ2（2-1, 2-2）は10分、ステージ3（3）は10分でした。調査協力者によれば、ステージ1（1-1, 1-2）、ステージ2（2-1, 2-2）は解答に必要な時間は十分でした。ステージ3（3）は、解答を思いつくのに時間がかかり、そのため手順を箇条書きに書くにまで至らなかったとみられる答案がかなりありました。このような答案は準正答と判定しました。

設問および採点に関して

Q8. 問1-1, 問1-2, 問2-2については、部分点を出しましたか？

A8. 問1-1, 1-2については全問正解のときのみ正解としています。問2-2については、3つの項目を総合して正解かどうかを判定しています。

Q9. 問2-1については、「偶数と奇数の和は奇数になる」という選択肢に○をつけると部分点が出ますか？

A9. 問2-1は論証する力を見るための問題ですので、選択だけが正しくても部分点は出ません。選択肢を設定したのは、問題文を勘違いして読んだ人がいた場合、答案の総数から除くなどの判断をするためです。

Q10. 問2-1では、「そうなる理由を下の空欄で説明してください」とあり、「それを論証してください」あるいは、「証明してください」という質問ではありません。そういう問い掛けにしたことで論証ではなく説明になった答案が多く正答、準正答にならなかったということはないでしょうか。

A10. 「証明せよ」と書くとそれだけで無回答が増えるという可能性があるので避けた、ということもありますが、「理由を説明せよ」ということをどう受け取り答えるかを見ようと意図しました。問2-1で問うた内容は、Q16で説明した通り、小学校・中学校・高校で、発達段階に応じて3回にわたって学んでいる箇所です。また、「すべての場合を尽くした」説明をする上では文字式等を用いた一般的な説明が求められることを中学校および高校で2回学んでいます。あえて式を使わずに「説明しよう」と意図した可能性のある答案も若干ありましたが、そういう「説明」の意図があったというよりは、段階的に文字式等を使って簡明に論証する方法を身につけていないと考えられます。

ちなみに、式を用いず、言葉や図による説明を試みて不十分な解答にしか至らなかったのは全体の8.9%でした。

Q1 1. 問2-2について、グラフの「重要な特徴」という、価値観を問うようなたずね方は不適切なわけではありませんか？

A1 1. 本調査は、成績や進路に関するものではありません。ですから、設問の妥当性は調査目的に合致しているかどうかによって判断されるべきだと考えます。「個別の操作（計算等）は比較的よくできるが、その操作の意味がわかっていない・考えない大学生が増えた」という意見が、これまで日本数学会会員から多数寄せられてきました。そこで、「できる」と「わかる」の乖離を調べるために、あえてこのような設問を設定しました。本設問では、二次関数に関して学ぶ操作（例： x 軸や y 軸との交点を求める、頂点の座標を求める、等）がどのような意味を持つかを理解しているかを調査しています。これにより、二次関数のイメージが根本からずれてしまっている層や、自分が受けた印象と客観的であるべき特徴との違いを認識できていない層が存在し、また、それが無視できないほど大きな割合になることが明らかになりました。

Q1 2. 問3の作図問題について、「コンパスと定規を用いて作図」ではなく「コンパスと目盛のついていない定規を用いて作図」とするべきだったのではありませんか？

A1 2. 本調査は、成績や進路に関するものではありません。ですから、設問の妥当性は調査目的に合致しているかどうかによって判断されるべきだと考えます。今回の調査では、白紙をなるべく減らし、学生が持っている誤概念を浮かび上がらせるために、あえてこのような表現をとりました。これにより、国立の偏差値上位群では実測して3等分する解答は非常に少ないのに、私立や国立の偏差値下位群では「実測派」がかなり的人数に上るという実態が明らかになりました。

学習指導要領との関係について

Q1 3. この調査を受けた大学生はどのような学習指導要領の下で学んできましたか？

A1 3. この調査を受けた大学生は、いわゆる「ゆとり世代」です。小学校と中学校は平成10年12月告示、高等学校は平成11年3月告示の学習指導要領で学んだ世代です。現在は、次の学習指導要領への移行時期にあたり、小学校が平成20年3月告示で平成23年4月に実施、中学校が平成20年3月告示で平成24年4月に実施、高等学校（数学・理科）が平成21年3月告示で平成23年4月に実施されます。

Q1 4. 問1-1で問われた「平均」については、どの学年で学びますか？

A1 4. 本調査を受けた大学生は、小学6年時に平均について学んでいます。その後、中学においては統計を学ぶ機会が少なく、高校の数学Bまで「平均」という言葉に、数学の授業で接する機会があまりなかった世代です。ちなみに、高校で必履修なのは、「数学基礎」または「数学I」のみです。新学習指導要領では中学1, 3年時、および高校数学I, 数学Bで統計をかなりの時間数を使って学びます。

Q1 5. 問1-2は、算数・数学の時間にあまり目にしない問題ですが、学習指導要領ではどの部分に相当しますか？

A15. 問1-2では、「問題の論理的な読解能力」を試しています。論理を用いた問題の読解は小学校から高校卒業まで一貫して算数・数学で扱っている題材です。

形式的に考えると、「すべて」「存在」「ならば」を含む命題に関する「否定」「逆」「裏」に関する真偽を尋ねる問題と位置づけることもできるでしょう。あるいは、集合の共通部分、補集合に関する問題とみることができます。このような問題を形式的に扱うのは現学習指導要領では、高校の数学Aの「命題と論証」の範囲です。ただし、新学習指導要領では、単元としての「命題と論証」はなくなり、必修である数学Iの「数と式」という単元において、集合と命題に関する基本的な概念を理解し、それらを事象の考察に活用するような授業が予定されています。

Q16. 問2-1の整数の性質に関する論証は、どの学年で学びますか？

A16. 本調査を受けた大学生は、小学5年時に最初に整数の簡単な性質について学んでいます。「2の倍数を偶数といいます。0は偶数とします。また、偶数でない整数を奇数といいます」という定義に接し、整数が奇数と偶数の2種類に分類できること、奇数は2で割るとあまりが1になる整数であることを学びます。この単元では、「偶数+奇数は必ず奇数になること」を「説明する活動」も推奨されています。

次に中学2年時に、「文字式を利用した説明」という単元において、整数の性質を、文字を使って説明する方法論を学びます。代表的な練習問題として、「3つの連続する整数の和が3の倍数になること」の論証などがあり、高校入試でも頻出する典型的な問題です。さらに、もう一度、高校1年の数学Aの「命題と論証」の単元において、整数の性質を、文字を使って論証する方法を学びます。つまり、本問題は発達段階を意識しながら「スパイラル形式で」3度にわたって学んでいるはずの箇所なのです。

Q17. 問2-2の、「二次関数のグラフの性質」は、どの学年で学びますか？また、学習指導要領全体でどのように位置づけられていますか？

A17. この問題は、数量的に物事を把握する力を試す問題であるとともに、(関数に関する)個々の知識や操作を総合し、全体を正しくイメージすることができるかどうかを問う問題です。「変化する2つの値の関係」を数量的にとらえることは、科学的に世界を理解する上で、欠くことができない最も基本的な方法論だといえるでしょう。

算数・数学では、小学5年生から「変化する2つの値の関係」について徐々に学び始めます。まず、「時間と速さと距離の関係」について学び、円の直径と円周の長さ、あるいは面積との関係に規則性があることを学びます。次に、中学の3年間をかけて、比例・反比例・一次関数・二次関数(ただし、 $y = ax^2$ の場合のみ)を学び、高校において、初等関数について学び、科学(含む社会科学)において、もっとも利用頻度が高い関数の定義とその基本的性質について6年間かけて段階的に学べるように設計されています。

特に、二次関数のグラフの性質の列挙については、高校数学Iにおいて、①上に凸か、下に凸かの決定の方法、②x軸との交点の求め方、③y軸との交点の求め方、④頂点と軸の求め方、⑤平行移動の方法、について時間をかけて詳しく学びます。これらの問題はセンター入試でも最頻出問題です。

Q18. 問3の作図の問題ですが、習った記憶がありません。本当に多くの教科書にこの問題は掲載さ

れていますか？

A18. 調査を受けた学生からも同じ反応がありました。しかし、実際には、東京書籍、学校図書、教育出版、啓林館、大日本図書、大阪書籍、など多くの教科書において、同じ問題が図入りで解説されています。にもかかわらず、見た記憶がないと多くの学生が感じた理由として、次のようなことが考えられるでしょう。ひとつには、「作図は中学1年で教える」という固定観念があり、この問題を「作図問題」として扱っていないため、生徒の記憶の中でこの問題が「作図」という言葉と結びついていない可能性です。もうひとつは、一般に入試において作図問題が出題される頻度が低いため、入試対策が優先された結果、指導がおろそかになっている、という可能性です。

入試では、解答時間や形式の制約等があり、どうしても出題されやすい単元や分野に偏りが出ます。が、多くの教科書がページを割いて同じ問題を取り上げているということは、数学の理解を深める上で欠くことができない重要な問題として位置付けられているということですから、より充実した指導が行われることを期待します。

データの解釈について

Q19. 物理が得意かどうか、ということと、正答との間に高い相関があるようですが、物理ができると、これらの問題が解けるようになるということでしょうか？

A19. 問題の易しさから、どちらかといえば「物理が得意だと本人が感じるためには、これらの問題が解けていることが前提となる」という解釈のほうが妥当だと思われます。

Q20. 一部の問題で、国語や歴史が得意であることと正答との間に負の相関があるようですが。

A20. 科目の得意・不得意は、成績よりもむしろ科目間の相対的な得意・不得意を反映していると考えられます。相対的な得意・不得意は、投入した学習時間に対して、効果が得られにくい（成績が上がりにくい、わかった気がしない）こと、すなわち費用対効果が低いと本人が自覚していることを示しているのではないのでしょうか。国語や歴史の効果的（典型的）学習法が、数学的方法を身につけるための学習法との間に、何らかの認知的なバッティングが存在する可能性を検討する必要があるかもしれません。

Q21. 物理以外の理系科目が得意であることと、正答との間には相関はなかったのでしょうか。

A21. 化学が得意であることとは若干の正の相関がありました。生物については、相関は見られませんでした。地学については、得意・ふつう・不得意のどれも選択しない学生の数が大変多かったです。これは、地学の授業を開講していない高校が相当数に上っていることが影響していると考えられます。

Q22. 「大学生の4人に1人が平均の意味がわかっていない」と考えてよいですか？

A22. 今回の調査に協力した大学には、実際の大学の分布に比べ、国公立S・A群に含まれる大学が多く含まれました。よって、今回の調査結果は、実際よりも良い結果が出ていると推察されます。つまり、実際に「平均の意味がわかっていない大学生」は4人に1人よりも多いと考えられます。

Q23. 「数学記述試験経験あり」とは、正確にはどのような学生層ですか？

A23. アンケート調査では「あなたは大学受験で数学の試験を受けましたか。該当するものにチェックしてください」という項目があり、①数学の試験は受けなかった、②センター試験などのマークシート方式の試験のみ受験した、③数学の記述試験を受験したことがある、の3つから1つを選択させています。「数学記述試験経験あり」の層とは、③を選択した学生であり、「数学記述試験経験なし」の層とは、①または②を選択した学生です。

修正の記録

- ・ 2012年4月16日付で、「日本数学会 『大学生数学基本調査』に関する報告書（概要版）」を次のように修正しました。
 - 「重篤な誤答」という表現は、「深刻な誤答」に改めました。
 - 問2-1に関して、私立大学における「深刻な誤答」の割合を21%から25.8%に訂正しました。
- ・ 2012年6月25日付で、「日本数学会 『大学生数学基本調査』に関する報告書（概要版）」を次のように修正しました。
 - 調査を受けた学生総数を5934名から5946名に訂正し、各偏差値群に属する学生数を訂正しました。
 - 問2-1の保健衛生系・学際系・混合の正答率および準正答率に誤りがあったため、訂正しました。
 - その他、正答率に関して若干の誤差があったため、修正しました。
 - 用語において、サンプル数が少なかった系統とサンプルがなかった系統とを区別しました。