

結び目理論の科学への応用

—プリオン分子モデルとこころのモデルを中心として

河内明夫(大阪市立大学大学院理学研究科)

結び目理論という学問があることを、寺阪英孝先生の1971年の幾何学の講義で初めて教わったときから、報告者は結び目に興味を持ち研究してきた。寺阪先生は、実際にひもを使って結び目をつくって話をされたのであるが、その印象もあり当初から結び目理論が数学だけでは割り切れない要素を含んでいることを感じ、結び目の数学研究ばかりでなく、いろいろな学問との関わりについても興味を持ち探求してきた。それを披露できるこのような機会を与えてくれたことに対し担当の先生方にお礼申し上げます。

内容構成については、まず結び目・絡み目・空間グラフの数学とサイエンスについて、具体例に基づいて説明を行う。それから、サイエンスへ応用する結び目の数学の例として、プリオン蛋白分子モデルの結び目理論と「こころ」のモデルの結び目理論—こころの有り様を図示する試み—について解説する。



図 1.1 : 結ばれていない(左側), ひとえ結び(中央), 8の字結び(右側)

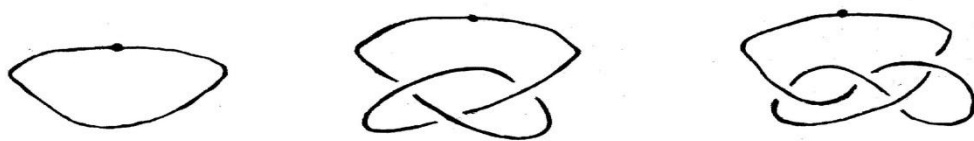


図 1.2 : 自明な結び目(左側) 三葉結び目(中央) 8の字結び目(右側)

1. 結び目・絡み目・空間グラフの数学とその科学的意味を考える

結び目とは、3次元空間内に置かれた1本のひもの状態のことである(図 1.1)。数学では結び目は閉じたひもとして考える(図 1.2)。**絡み目**とは、いくつかの閉じたひもの結び目の集まりのことである(図 1.3)。また**空間グラフ**とは、3次元空間に埋め込まれたグラフで、孤立した頂点(次数0の頂点)や1本の辺と

しか繋がらないような頂点(次数1の頂点)をもたないようなもののことである

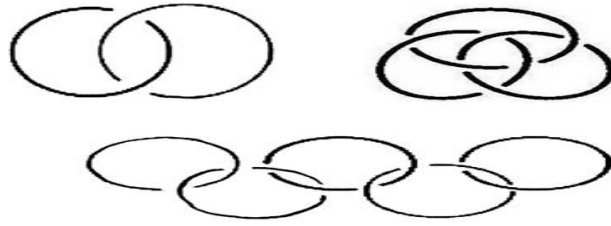


図 1.3 : ホップの絡み目(上左側), ボロミアン環(上右側), オリンピック・マーク(下)

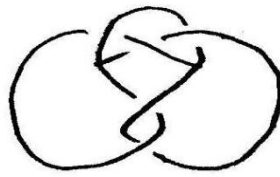


図 1.4 : 樹下の θ 曲線

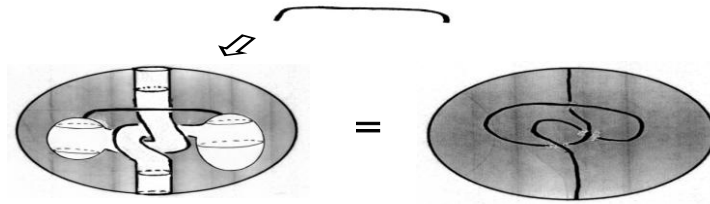


図 1.5

(図 1.4). 数学の結び目理論とは、結び目、絡み目、あるいは空間グラフの、モノとしては同じだが、配置が異なる場合のその差異を数学を使って研究する学問であるといえる.¹⁾ 両端のあるひもの結び目、両端のあるひもを含む絡み目、あるいは次数1の頂点をもつ空間グラフを考えることもあるが、そのときにはそれらがある3次元閉領域に入っており、かつ端点のすべてがその領域の境界上にあると考えるならば、それらは結び目理論として意味を持つ(図 1.5).²⁾ このような3次元閉領域と端点をもつ結び目・絡み目あるいは次数1の頂点をもつ空間グラフの組は、**タングル**と呼ばれるが、結び目理論の研究においては有用な概念である。歴史的には結び目理論はトポロジー(位相幾何学)の分野と考えられてきたのであるが、その理由としては2つの与えられた結び目・絡み目あるいは空間グラフが同じものであるとすべき条件が連続的な1対1対応(同相写像)というトポロジーの言葉で与えられていることが大きい。ここでは、次の定義により話をすすめる。

定義： 2つの与えられた結び目(あるいは絡み目, 空間グラフ)が**同じ(同型)**であるとは, それらを(伸び縮みや変形可能なひもとみなして)あやとりの要領で同じ形に変形できるということである. 言いかえると, それらを(伸び縮みや変形可能なひもとみなして)有限回の**ライデマイスター移動**(図 1.6)により移りあうことである.

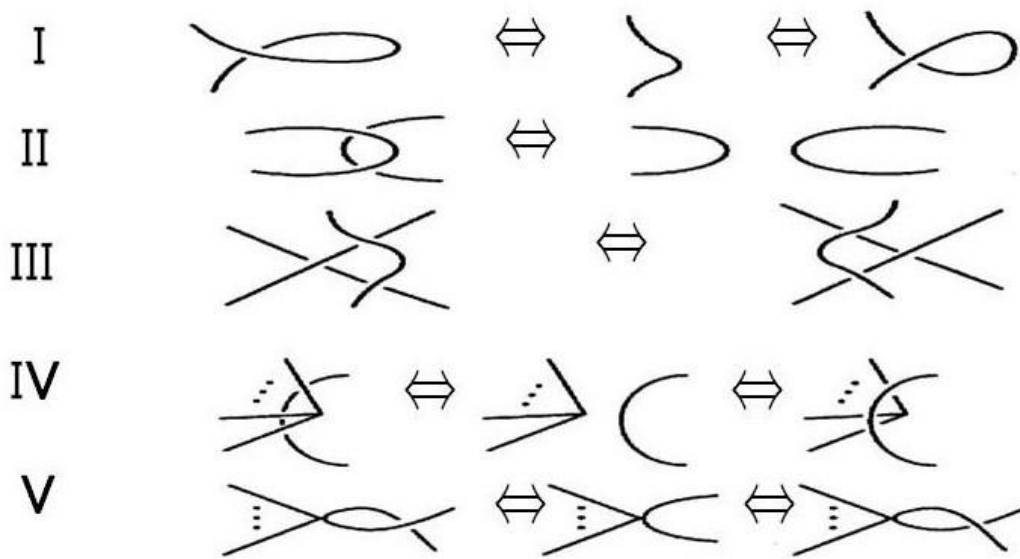


図 1.6 : ライデマイスター移動

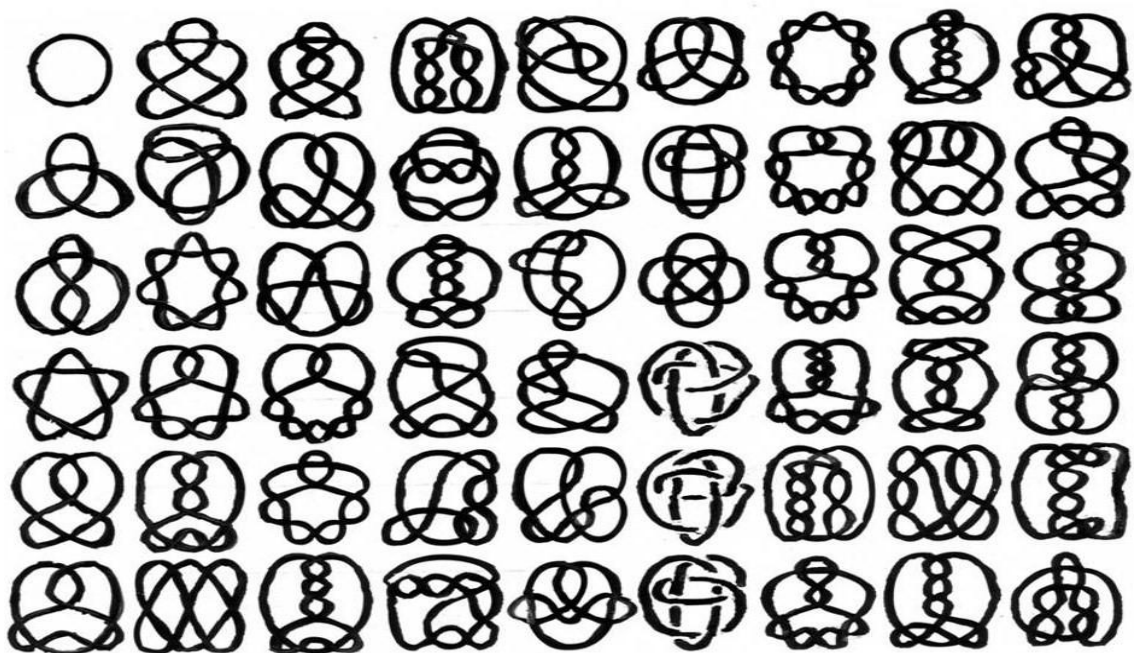


図 1.7 : 結び目表(同型なもの, 鏡像に同型なもの, 素でないものを除く)³⁾

数学研究としての結び目理論の主要目的は、つぎのようなものである。

- (1) どのような結び目・絡み目があるかを研究し、それらを重複なしにリストアップすること
- (2) 2つの与えられた結び目・絡み目が、同じ(同型)かどうかを判定すること

“重複なしにリストアップする”とは、例えば、図 1.7 のような表を作成することである。図 1.8 の左図の結び目は、右図の結び目と同型で自明な結び目である。もしこの事実を予め知っているのであれば、どのようにしてそれが自明な結び目であることを知るができるだろうか？ この問いに思いをめぐらすならば、与えられた結び目が自明な結び目かどうかを判定するだけでも大変に難しい問題であることに気づくはずである。同じ結び目ならば同じ値をとるような、計算可能な位相不変量の開発という数学による考察が必要な理由はここにある。

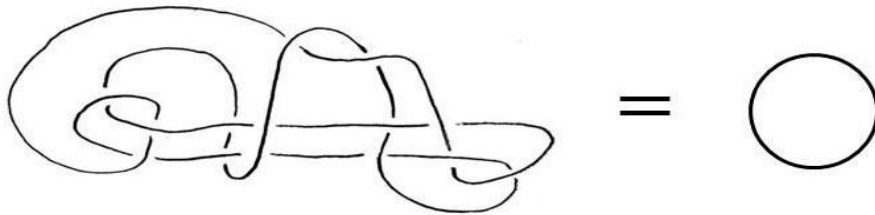



図 1.8

結び目が文化人類学とも関わる話題として、組みひもの特別な場合である三つ編みをここで取り上げよう。

例：三つ編み(縄文土器にも見られる) 図 1.9 は、縄文時代の土器から拓本により写し取ったもののコピーであるが、三つ編み部分がきれいに見てとれる。三つ編みの手法により、短いひもから長い丈夫なひもを作ることができるが、この縄文土器から、少なくとも縄文時代にはその技術が知られていたことがわかる。また、この三つ編みを図 1.10 のようにつなぐと、古くから贈物の飾りである「水引き」の結び目(あわび結び)ができる。このことは、古くから日本には結び目文化があった証しのように思われる。この議論のどこが数学かといえば、図 1.10 に  をつけた部分のような同型を見つけたり、それを

示したり（あるいは同型でないことを示したり）するのが結び目の数学である。実際、この同型は、図 1.11 のように（両端部分の領域を動かすことなく）変形して、示すことができる。

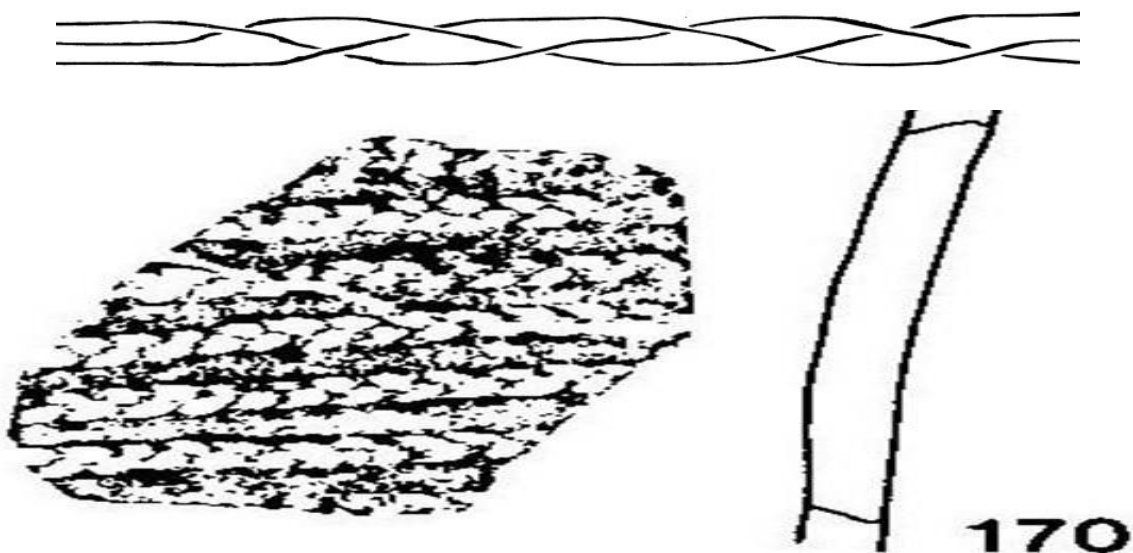


図 1.9：北海道恵庭市ユカンボシ E8 遺跡 B 地点から出土（縄文時代前期）⁴⁾

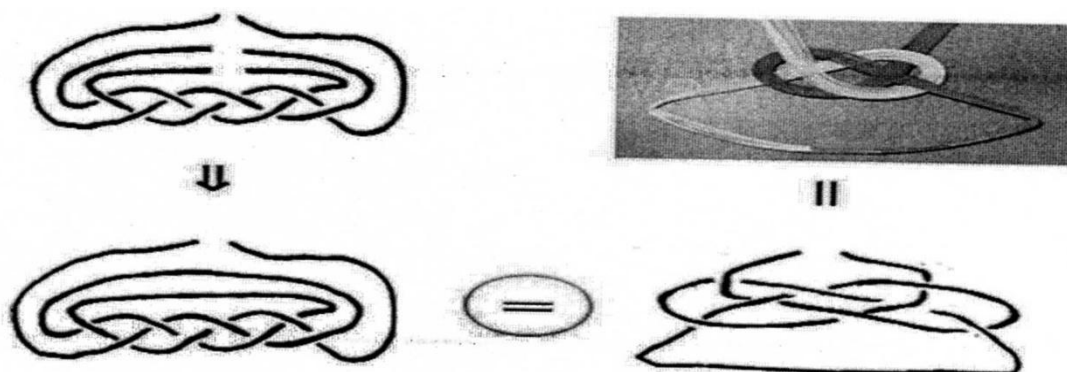


図 1.10：「水引き」の結び目（あわび結び）

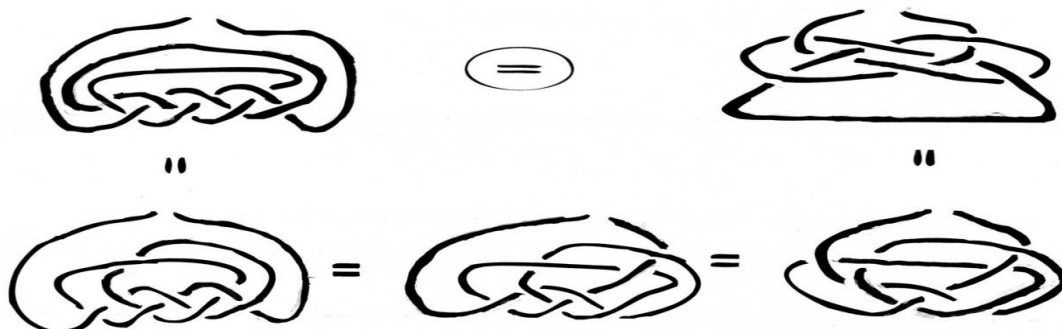


図 1.11：○部分の同型の証明



図 1.12 : チェーン

さて、サイエンスにおける結び目とは何かについてであるが、**数学ではひもは線のことであるが**、サイエンスにおいては**ひもとみなせる対象がひもである**といえよう。例えば、図 1.12 のチェーンは、絡み目と考えることもあるし、また 1 本のひもと考えることもある。サイエンスの理解が深まるにつれ、ひもとみなせる対象もより広がっている。点は時間の軌跡を考えれば線になり、また線は時間の軌跡を考えれば面になるのだから、サイエンスにおける結び目の研究対象としては、

- ・ 3次元空間(3次元としてみた宇宙)内の“ひも”
- ・ 4次元空間(時空)内の“曲面”

であるといえ、サイエンスにおける結び目の数学の役割として次の 2 点を挙げることができる。

- (1) それぞれのサイエンスにおいて課された条件の下で、どのような絡まり方が可能かを研究し、それらを重複なしにリストアップすること
- (2) 2つのひも(あるいは曲面)の絡まりが与えられているときに、それらは同じか違うかを判定すること

サイエンスとしてのひも(結び目, 絡み目, 空間グラフ)の例を見てみよう。

例: ヤン・バクスター方程式 図 1.13 は、平面上を衝突しないで動いた 3 つの粒子の時間変化の軌跡の間の等式、ヤン・バクスター方程式(行列の方程式として表現される)を表しているが、その解からジョーンズ方程式などの結び目、絡み目、あるいは空間グラフに対する位相不変量が得られることが知られている。⁵⁾

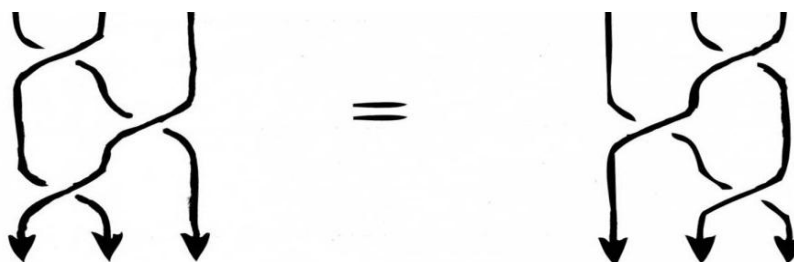


図 1.13 : ヤン・バクスター方程式

例：DNA 結び目 DNA(デオキシリボ核酸)を1本のひもとみなすと、ヒトのDNAは両端のある長いひもである。ウイルスやバクテリアの場合には閉じたひもになる場合があり図 1.14 のような閉じた結び目になる。

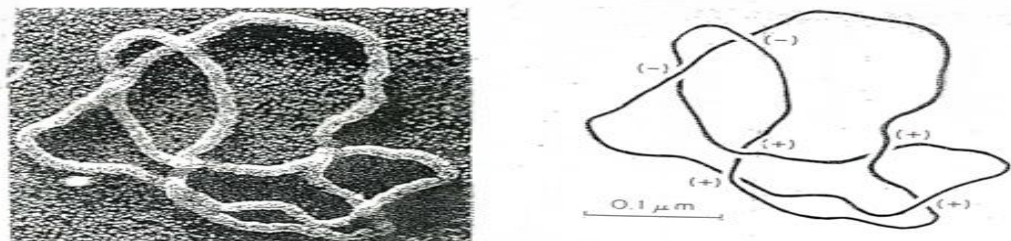


図 1.14：環状 DNA：掲載に当たって N. R. Cozzarelli に感謝する (S. A. Wassermann, J. M. Dungan, N. R. Cozzarelli, Science, 229(1985), 171-174 参照)

例：ひも状ウイルス 図 1.15 のエボラ出血熱のウイルスはひも状の RNA(リボ核酸)ウイルスとして知られている。エボラ出血熱は死亡率の高い病気である。

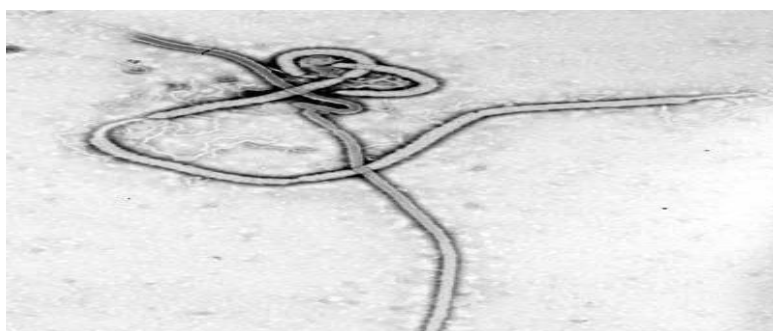


図 1.15: エボラ出血熱ウイルス <http://www.scumdoctor.com/Japanese/disease-prevention/infectious-diseases/virusebola/Pictures-Of-The-Effects-Of-Ebola.html> 参照

例：分子の立体構造 原子を点で表し、原子の結合を線で表すと、分子は**分子グラフ**と呼ばれるような結び目・絡み目や空間グラフとみなせるようになる(図 1.16 参照)。ホップの絡み目(図 1.4)の分子 $H_{34}C_{66}O_2$ は、1960 年に初めて合成された連結でなくかつ分離もできない分子で、**カテナン**とよばれている。⁶⁾ これは 3 次元空間の中にあることで初めて意味を持つ分子である。近年になって、電子顕微鏡など科学技術の発展により、結び目理論として興味のある分子が次々と合成されている。三葉結び目(図 1.3)の分子も合成されている。⁷⁾ また、ポロミアン環(図 1.4)の分子も合成されている。⁸⁾ 棒状分子が環状分子

に図 1.17 のように突き刺ささり、両端にストッパーがあつて抜けなくなった **ロタキサン**と呼ばれる興味深い分子もある(輪の数が 2 個以上のときには**ポリロタキサン**という).⁹⁾ たくさんのポリロタキサンが配置された状態で、それらの環状分子を繋ぐことにより新分子が構成される仕組みである **ロタキサンネットワーク**やより一般の**分子機械**は、結び目理論の知識の活用が期待できる合成化学の研究分野と思われる.¹⁰⁾ 分子グラフの絡まりの違いを明確に区別することの重要性として、血液型、薬の効き目、蛋白質のアミノ酸配列などがよく知られている. 例えば、アミノ酸には互いに鏡像の関係にある 2 種類があり、その一方のものだけをペプチド結合によりつながれてできるひも状のものが**タンパク分子**というわけである. 数学における**空間グラフのカイラリティ問題**, すなわち与えられた空間グラフとその鏡像が同型でないかどうかを判定する問題は、化学においても重要な問題である(図 1.18 参照).



図 1.16 : 分子グラフ



図 1.17 : ポリロタキサン



図 1.18 : 有向ホップ絡み目を含むという理由でカイラルとなる空間グラフの例

例:宇宙の大規模構造 トポロジーは距離とは無関係な概念であるので、ミクロの世界とマクロの世界で類似性があってもおかしくはない. 宇宙の大規模構造についても近年知られるようになった. 銀河を点として 3 次元宇宙の中に配置していくと興味深いものが見えてくる. 銀河の全体は、銀河団を頂点とするような網目状の空間グラフを形成しており、さらに超銀河団はフィラメント状の壁をつくっている(図 1.19 参照).¹¹⁾

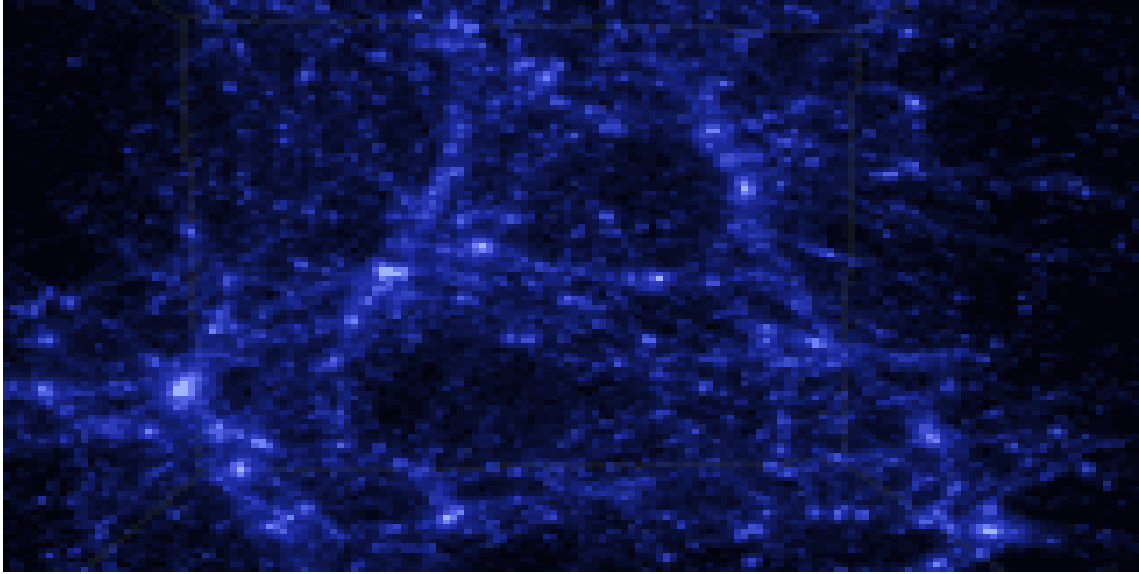


図 1. 19: 国立天文台 4 次元デジタル宇宙プロジェクト提供

今までに述べてきたサイエンスとしてのひもの例が指し示しているのは

森羅万象の基本には結び目がある！

という考えである。サイエンスにおける結び目理論とは、基本となる数学の結び目理論の上に立って、次の質問に答えることであろう。

質問： 3次元宇宙内のひもとみなせるもの(あるいは時空内の曲面)に対して、どのような絡み方の数学的な理論展開が可能だろうか？

この質問に関する具体例として、2節ではプリオン分子モデルについて、3節では「こころ」のモデルについて、理論展開を試みる。結び目理論がいろいろなものに適用できる可能性を感じていただけたら幸いである。

2. プリオン蛋白分子モデルの結び目理論

蛋白分子はアミノ酸配列からなるひもと考えることができる。プリオンの異常による病気、**プリオン病**は、牛ならば狂牛病、ヤギならばスクレイピー、ヒトならばクロイツフェルト・ヤコブ病などと呼ばれるが、哺乳類すべてに同様な病気があるといわれている。プリオン病を引き起こす原因は不明となっているが、1997年にノーベル医学・生理学賞を受賞したスタンレイ B. プリズナー理論では、プリオン蛋白分子の立体構造が引き起こす病気といわれている。知られているプリオンタンパク分子の性質をここに挙げる。¹²⁾

プリオン蛋白分子の性質:

- (1) 前駆的プリオン蛋白分子(図 2. 1)は, N-末端が失われて, 成熟型(正常型)プリオン Pr^{PC} または異常型プリオン PrP^{SC} に変わる.
- (2) 成熟型プリオン Pr^{PC} と異常型プリオン PrP^{SC} から2つの異常型プリオン PrP^{SC} が生成される.
- (3) 成熟型プリオン Pr^{PC} と異常型プリオン PrP^{SC} の1次構造は同じで, それらの主な違いは立体構造にある.
- (4) 成熟型プリオン Pr^{PC} の α -ヘリックスは, 異常型プリオン PrP^{SC} では, β -シートに変わっている.
- (5) 1か所 S-S 結合部がある.

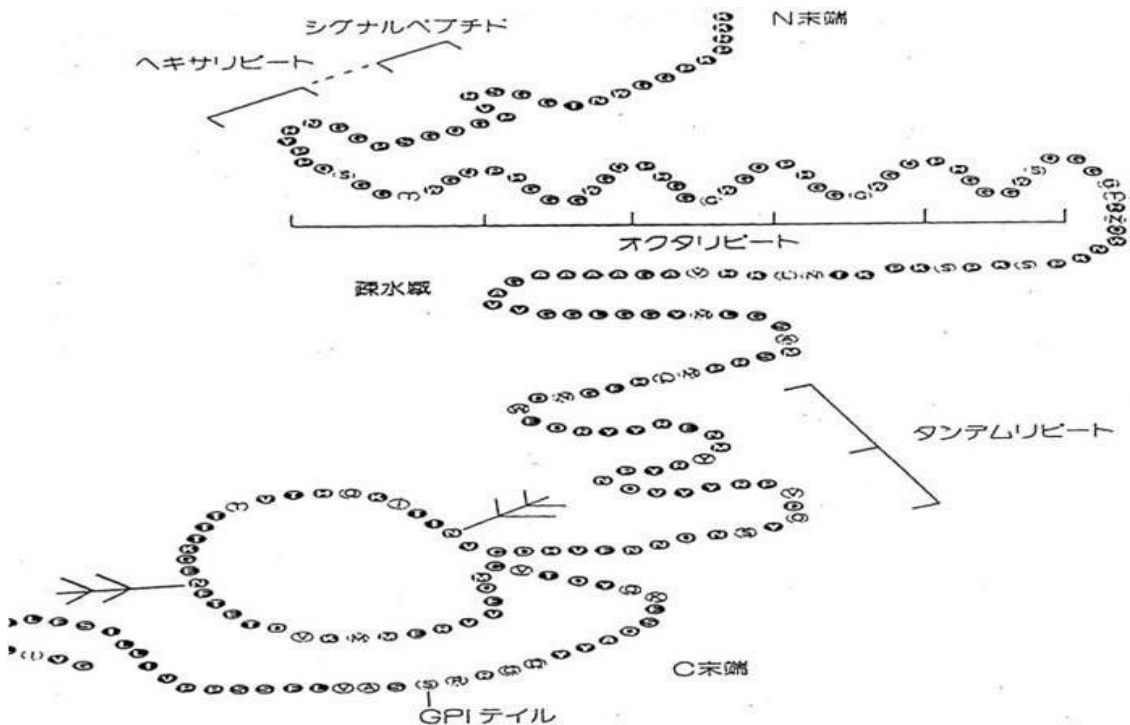


図 2. 1 : 前駆的プリオン蛋白分子 (山内・立石監修, スローウイルス感染とプリオン, 近代出版(1995)参照)

前駆的プリオン蛋白分子は, 全体が井桁状に固定され, 両端も固定されているが, 成熟型プリオン Pr^{PC} と異常型プリオン PrP^{SC} では図 2. 1 の上部 (N 末端) が取り除かれ, 特に異常型プリオン PrP^{SC} ではバラけている状態にある. 成熟型プリオン Pr^{PC} でも異常型プリオン PrP^{SC} でもそうであるが, 下部 (C 末端) は細

胞膜に錨を下ろす形で繋がっている。プリオンに関する結び目理論の問題として、次の問題は興味深い問題といえよう。¹³⁾

問題： プリオン蛋白分子は絡まりやすいか？



図 2.2: プリオンストリング

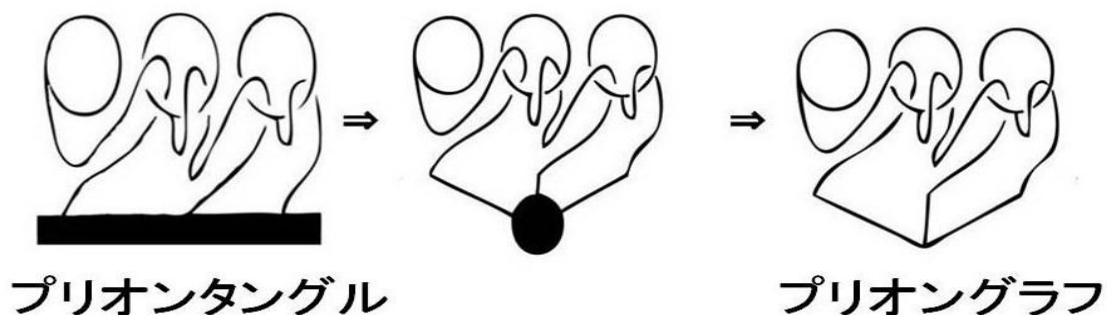


図 2.3 : プリオンタンゲルを空間グラフと考える

プリオン蛋白分子のモデルとして、1つの自明な結び目であるループ (*S-S* ループ) と1本のひも (*GPI* テイル) からなる空間グラフで、3次元空間の下半空間 (黒色部分) とつながったもの (**プリオンストリング**) を考える (図 2.2 参照). ここに注目する理由は、ここがプリオンコアに相当する部分であり、感染価がプリオンコアの濃度と比例するなどプリオンコアに問題がありそうだからである. 図 2.3 左側の図のようないくつかのプリオンストリングの集まりを **プリオンタンゲル** という. それを数学的に扱うために図 2.3 右側の図のような空間グラフ (**プリオングラフ**) として考える. プリオンタンゲルが絡まることの意味をはっきりさせるために、つぎの概念を用意する.

定義： プリオンタンゲル T がプリオンタンゲル T_1 と T_2 の**分離和**であるとは、

T をプリオングラフと考えたとき、それが平面により T_1 と T_2 のプリオングラフに分けられていることである (図 2.4 参照). **分離可能プリオンタングル**とは分離和に同型なプリオンタングルのことで、**分離不能プリオンタングル**とは分離可能でないようなプリオンタングルのことである.

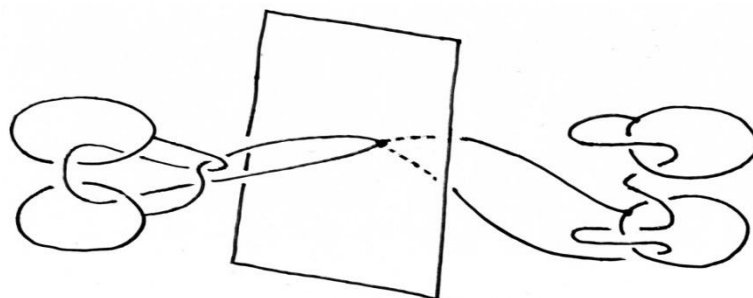


図 2.4

例えば、図 2.3 左側の図のプリオンタングルは分離可能である. 次のような分離不能プリオンタングルの存在は、報告者の結果から示される.¹⁴⁾

定理: 2つの任意の(分離可能あるいは分離不能)プリオンタングル T_1 と T_2 の分離和が与えられているとき、 T_1 と T_2 に同型なものを合併したプリオンタングル $T_1 \cup T_2$ で、分離不能になるようなものが無限個存在する. とくに、

I 型: T_1 あるいは T_2 に含まれる GPI テイルどうしの 1 回の交差交換

II 型: T_1 あるいは T_2 に含まれる GPI テイルと S-S ループの 1 回の交差交換のどちらの操作によっても、それらを構成できる (図 2.6 参照).

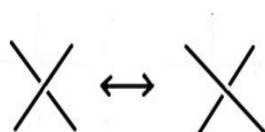
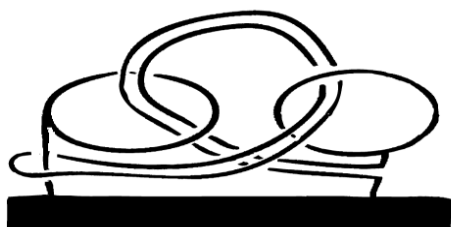
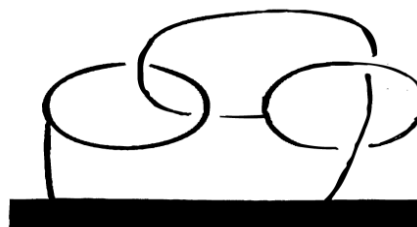


図 2.5 : 交差交換



I 型



II 型

図 2.6 : 分離不能プリオンタングルの例 (II 型は吉田佳代による)¹⁵⁾

プリオングラフの分類問題は、分類が実行可能に見える結び目理論の問題である。

3. こころのモデルの結び目理論 — こころの状態を図示する試み

こころを結び目で図示してもよいのではないかと考えた理由として、日常生活では、性格・人格やこころのあり様をひもにたとえて表現しており、経験上結び目で表現しても矛盾が生じにくい点を挙げることができる。例えば、**素直な性格**、**ひねくれた性格**、**思いの糸**、**こころがつながる**、**こころが固い絆で結ばれる**、**こころの琴線**、**人間関係のもつれ**、**わだかまりが解ける**、**人に絡む**、… 他にも、B. Stewart と P. G. Tait が 1894 に著した書物¹⁶⁾の中で “The soul exists as a knotted vortex ring in the aether.” (魂はエーテル内の渦巻きの結び目として存在する) を主張したことも、こころを結び目で表現してもそう不自然ではないことを示唆している。¹⁷⁾

結び目によるこころのモデルの基本的な考え方は、こころ(mind)を(これから定義するような)結び目とし、その結び目の型(つまり、同型なもの集まり)を**人格**(personality)とする考え方である。特に、その結び目が自明ならば**素直な性格のこころ**(untwisted mind)、自明でないならば**ひねくれた性格のこころ**(twisted mind)と考える。さらに、その結び目の交差交換(図 2.5)を**こころ変わり**(mind-change)、人格が変わるようなこころ変わりを**こころの屈折**(essential mind-change)と定義する。図 3.1 からわかるように、こころ変わりの仕方によって、素直な性格のこころも、またひねくれた性格のこころも素直な性格のこころから生じることがわかる。この任意性は、日々多少のショックを受けてもひねくれないが、何かをきっかけにひねくれるというこころのあり様を表現するのに適している。

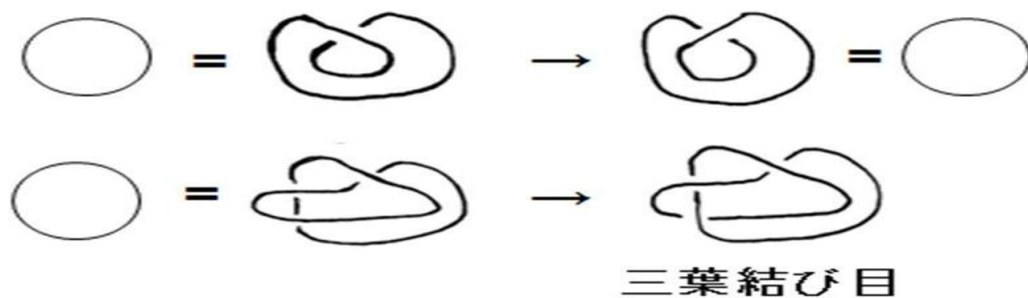


図 3.1

報告者は心理学の専門家ではなく、榎本・桑原「人格心理学」放送大学教材(2004)で心理学を勉強した。それによると、**人格の基本因子**は次のように定義される。¹⁸⁾

人格の基本因子

- (1) 内向性 - 外向性
- (2) 神経症的傾向
- (3) 精神病的傾向

この項目(3)は曖昧さを含んでいるという理由から、次に述べるような**人格の5因子モデル**(Five-Factor Model, Big Five)が提案された。¹⁹⁾

人格の5因子モデル

- (1) 内向性-外向性
- (2) 神経症的傾向
- (3.1) 経験への開放性
- (3.2) 協調性
- (3.3) 誠実性

5因子モデルについては、その心理テストが具体的な質問形式で一般的になされているものであり、こころのモデルの構成ではそのデータを利用する。²⁰⁾こころのモデルを構成する際には、つぎの2点を解決しなくてはならない。

- (1) 誕生時のこころの状態をどのように定義するか。言い換えると、両親から引き継がれた遺伝的性質により、誕生時点で必ずしもこころが素直な性格のこころとは限らないこと
- (2) こころ変わりを起こすような年齢、歴史、標準化しえない要因による非常に多くの様々な原因があること

さて、K という人の n 歳時のこころの結び目モデルの構成法を紹介しよう。まず以下の(ステップ I)～(ステップ V)のようにして、K に関する 5 因子モデルの数値データを取得する。ここで、それぞれ因子について、 -1 は否定的性格、 $+1$ は肯定的性格であることを意味しており、K の両親のデータは肯定的性格でも 0 とおく。

(ステップ I) K の誕生時の父親の数値データを取得する.

- (1) 内向性-外向性: $IE_F = -1, 0$
- (2) 神経症的傾向: $N_F = -1, 0$
- (3-1) 経験への開放性: $O_F = -1, 0$
- (3-2) 協調性: $A_F = -1, 0$
- (3-3) 誠実性: $C_F = -1, 0$

(ステップ II) K の誕生時の母親の数値データを取得する.

- (1) 内向性-外向性: $IE_M = -1, 0$
- (2) 神経症的傾向: $N_M = -1, 0$
- (3-1) 経験への開放性: $O_M = -1, 0$
- (3-2) 協調性: $A_M = -1, 0$
- (3-3) 誠実性: $C_M = -1, 0$

(ステップ III) K の誕生時の両親のデータを計算する.

$$\begin{aligned} -2 \leq IE_P = IE_F + IE_M \leq 0 \\ -2 \leq N_P = N_F + N_M \leq 0 \\ -2 \leq O_P = O_F + O_M \leq 0 \\ -2 \leq A_P = A_F + A_M \leq 0 \\ -2 \leq C_P = C_F + C_M \leq 0 \end{aligned}$$

(ステップ IV) K の i 歳時の 5 因子のデータの数値化する ($i=1, 2, \dots, n$).

- (1) 内向性-外向性: $IE_i = -1, 0, 1$
- (2) 神経症的傾向: $N_i = -1, 0, 1$
- (3-1) 経験への開放性: $O_i = -1, 0, 1$
- (3-2) 協調性: $A_i = -1, 0, 1$
- (3-3) 誠実性: $C_i = -1, 0, 1$

(ステップ V) K の n 歳までの 5 因子の数値の総和を求める.

$$\begin{aligned} -2-n \leq IE_P + \sum_{i=1}^n IE_i \leq n \\ -2-n \leq N_P + \sum_{i=1}^n N_i \leq n \\ -2-n \leq O_P + \sum_{i=1}^n O_i \leq n \\ -2-n \leq A_P + \sum_{i=1}^n A_i \leq n \\ -2-n \leq C_P + \sum_{i=1}^n C_i \leq n \end{aligned}$$

(ステップ V)の 5 因子それぞれの数値の総和と 0 を比較し、それらの小さい方をそれぞれ $IE[n]$, $N[n]$, $O[n]$, $A[n]$, $C[n]$ で表し、 n 歳でのこころの結び目 $M(n; a, b)$ を次のように定義する.²¹⁾

定義: n 歳でのこころの結び目 $M(n; a, b)$ とは、図 3.2 の $a+2b$ 交差点を持つ図式の結び目のことである。ただし、 a , b は

$$a = IE[n] + N[n], \quad b = O[n] + A[n] + C[n]$$

で定義される整数である。このとき、 a , b は $-2n-4 \leq a \leq 0$, $-3n-6 \leq b \leq 0$ をみたす。

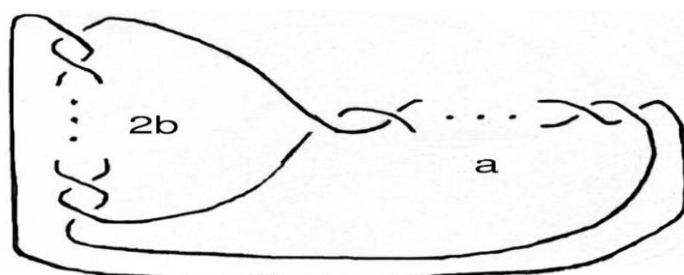


図 3.2

例えば、 $M(n; -1, -1)$ は三葉結び目、 $M(n; -2, -1)$ は 8 の字結び目を表している。次の命題は、結び目理論の標準的な 2 橋結び目の分類理論から直ちに示すことができる。²²⁾

命題:

- (1) こころの結び目 $M(n; a, b)$ が素直な性格のこころの結び目である必要十分条件は、 $a=0$ または $b=0$ となることである。
- (2) ひねくれた性格のこころの結び目 $M(n; a, b)$ と $M(m; c, d)$ が同じ人格をもつ必要十分条件は、 $(a, b) = (c, d)$ となることである。

我々のこころの遍歴は、このようなこころの結び目モデルの場合、誕生時から死亡時までの時空にはめ込まれたシリンダー状の曲面になる(図 3.3 参照)。このシリンダーは有限個の自己交差点をもつが、それらはこころ変わりを起こしている点(人格が変わるときには屈折点)を表していることになる。

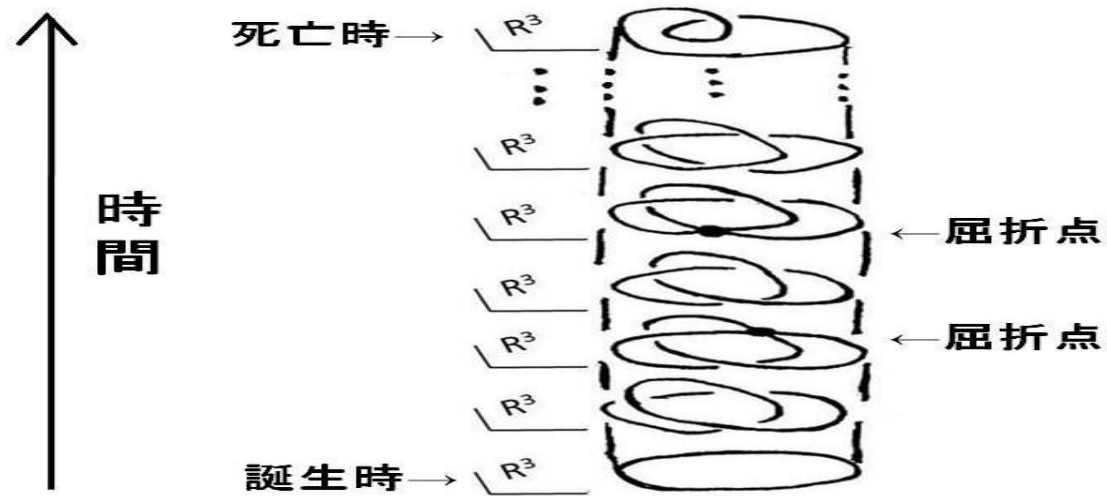


図 3.3 : こころの遍歴

このようなこころの結び目モデルを使えば、*(n人の)こころの絡み目*も考えることができ、その心的関係も図示できることになる。ここでは、こころの絡み目の自己救済関係の分類について説明しよう。こころの結び目成分 K とこころの絡み目成分 L からなるこころの絡み目 KUL を考えるとき、 K と L が**分離可能**であるとは、絡み目 KUL の任意の図式が、ライデマイスター移動により、 K と L が交叉しない位置にまで移動できることである。また、 K が L から**自己救済可能**であるとは、 K の何回かのこころ変わりにより、 K と L は分離可能になることである。問題を単純化するために次のような同値関係を導入する。

定義：こころの絡み目 L と L' が**類似の自己救済関係**をもつとは、結び目成分に関する全単射対応 $\tau : L \rightarrow L'$ で、つぎをみたすようなものが存在することである：すなわち、 L の任意の結び目成分 K とそれ以外の L の成分からなる任意の部分絡み目 S について、つぎの(1)と(2)が成り立つ。

- (1) K と S が分離可能であるかどうかと $\tau(K)$ と $\tau(S)$ が分離可能かどうか一致する。
- (2) K が S から自己救済であるかどうかということと $\tau(K)$ が $\tau(S)$ から自己救済可能であるかどうかということが一致する。

そこで、 n 人のこころの絡み目の**自己救済関係**とは、類似の自己救済関係をもつものを無視したときの n 人のこころの絡み目のことである、と定義すれば、次の問題が自然に思い浮かぶ。

問題: n 人のこころの絡み目の自己救済関係を分類して図示せよ。

分離可能な n 人のこころの絡み目の自己救済関係を代表する絡み目は定義により必ず分離可能であるので、この問題を考えるには分離不能な n 人のこころの絡み目の自己救済関係のみを考えればよい。分離不能な 2 人のこころの絡み目の自己救済関係はつぎのようになる。

命題: 分離不能な 2 人 K_1, K_2 のこころの絡み目の自己救済関係は、図 3.4 の (1), (2), (3) に示される 3 つの絡み目で代表される。ここで、(1) は両方が互いに他者から自己救済不可能であること、(2) は両方が互いに他者から自己救済可能であること、(3) は K_1 が K_2 から自己救済可能であるが、 K_2 が K_1 から自己救済不可能であることを意味している。特に (3) が起こる場合には、必ず K_1 はひねくれた性格のこころである。

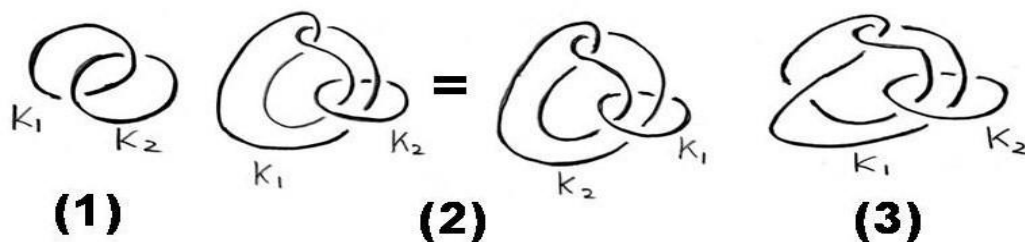


図 3.4

3 人以上のこころの絡み目の自己救済関係の分類は大変複雑になる。その理由の 1 つとして、図 1.3 のボロミアン環のような、どの 2 人のこころの結び目も分離しているが、全体として分離不能になっているようなこころの絡み目の存在を挙げることができる。ここでは、分離不能な 3 人のこころの絡み目の自己救済関係(いわゆる **三角関係**)は、このような 1 対 2 の自己救済関係を無視しても、30 通りに分類されることを示唆するにとどめる。²³⁾

4. まとめ

1 節では、森羅万象の基本に結び目あり、ひもとみなせるものがあればそこでは結び目理論が展開可能ではないか、という自説の説明を試みた。2 節では、プリオン分子の結び目論的モデルを、3 節では心理学の「こころ」の結び目論的モデルを解説した。²⁴⁾

注

- 1) 結び目理論の一般的な事柄については、拙書「レクチャー結び目理論」(2007)共立出版、あるいはそこで述べた参考書などを参照されたい。
- 2) 実際のサイエンスにおいて、端点付き結び目・絡み目や次数1の頂点付き空間グラフの絡まりが意味を持つ場合があり、そのような場合の研究にも報告者は興味を持っている。拙著, in: Knots and soft-matter physics, Topology of polymers and related topics in physics, mathematics and biology, 物性研究 92-1(2009-4), 16-19では、端点付き結び目・絡み目や次数1の頂点付き空間グラフを結び目理論の対象とする研究を行った。
- 3) 表の中程の3つの結び目を除き、すべての結び目の交差点の上下を区別せず描いてある。その理由は、それらは交代結び目といわれるもので、交差点の上下を1か所指定し、そこからひもに沿って上下を交代に付けていけば、鏡像であるものを無視して一意的に結び目が復元できるからである。
- 4) 北海道恵庭市発掘調査報告書「北海道恵庭市ユカンボシE8遺跡B地点」(1992)参照。
- 5) L. H. カウフマン「結び目の数学と物理」培風館, 1995(鈴木・筆者監訳)や注 1)の拙書で述べた参考書などを参照されたい。
- 6) E. J. Wasserman et al, J. Am. Chem. Soc. 82(1960), 4433-4434 を参照せよ。
- 7) J. P. Sauvage et al., Angew. Chem. Int. Ed. Engl. 43(2004), 4482 を参照せよ。
- 8) J. F. Stoddart et al. Science 304(2004), 1308 を参照せよ。
- 9) A. Harada; J. Li; M. Kamachi, Nature 356(1992), 325-327 を参照せよ。
- 10) 手塚, 他「トポロジーデザインング-新しい幾何学からはじめる物質・材料設計」エヌ・ティイー・エス(2009)を参照されたい。
- 11) <http://skyserver.sdss.org/edr/jp/astro/structures/structures.asp>などを参照せよ。
- 12) K. Basler et al., Cell 46(1986), 417-428, Z. Huang et al., Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 91(1994), 7139-7143, 山内・立石監修「スローウイルス感染とプリオン」近代出版(1995), 「狂牛病のすべて ファクト・ブック」日経 BP 社(1996)などを参照されたい。
- 13) 異常プリオンから**アミロイド線維**というものが形成される。前駆アミロイドベータ蛋白質の断片の蓄積で起こる病気であるアルツハイマーについても、それらの断片からアミロイド線維が形成されることが知られている。結び目理論からのアプローチの方法として、蛋白分子のモデルを構成してその絡まり方を研究することが考えられるだろう。
- 14) 前半の結果はより一般的な形で拙著, Osaka J. Math. 26(1989), 743-758 で示されている。交差交換の条件を課した結果は拙著, in: Knots 90, Walter de Gruyter(1992), 465-476 で暗に示されている。拙著, in: Topological Molecules, Proc. of Yamada Conference 2008(出版予定), (<http://www.sci.osaka-cu.ac.jp/~kawauchi/index.html>)を参照された

い。ついでながら、1つのプリオンストリングのみでは、条件なしにはどれも自明なプリオンストリングに同型になってしまう。一方、S-Sループが GPI テイルの結び目についてロタキサンのストッパーのように働く場合には、1つのプリオンストリングでも自明なプリオンストリングに同型にならないようなものを構成できる。

- 15) 吉田著, 2009 年度大阪市立大学修士論文を参照せよ。
- 16) R. Rucker, *The fourth dimension, A guided tour of the higher universes*, Houghton Mifflin Company, Boston (1984) を参照せよ。この説は Kelvin 卿 (= W. Thomson) の渦巻き原子説に基づく。P.G. Tait は結び目理論研究の先祖の1人である。
- 17) この講演の翌日、山下靖氏 (奈良女子大) からある本の存在を教わった。それは、フランスの精神分析医で思想家のジャック・ラカンが曲面(メビウスの帯, トーラス, クロスキャップ, クラインの壺)およびボロミアン環を心的構造の対象として取り上げていたことを記したジャンヌ・グラノン・ラフォン著「ラカンのトポロジー, 精神分析空間の位相構造」(中島・吉永訳), 白揚社(1991)の本のことである。内容は本報告とは一致しないが、この本から心的構造と曲面のトポロジーとは相性がよいこと、および本報告でも意味を持つボロミアン環がラカンの心的構造として意味があることを読み取ることができ、こころを結び目で表現する研究をさらに深化させるのに参考になる。
- 18) H. J. Eysenck, *The biological basis of personality*, Transaction Publishers(2006) を参照せよ。
- 19) P. T. Costa and R. R. McCrae, *Journal of Personality and Social Psychology*, 55 (1988), 258-265 を参照せよ。
- 20) この報告では 5 因子モデルから構成できるもっとも単純なモデルを紹介している。拙著, in: *Proc. Knot theory for Scientific Objects, OCAMI Studies*, 1(2007), 129-141 において構成したものとは少しだけ異なる。
- 21) 図 3.2 において、2b の代わりに b とおくと、a, b の値により結び目あるいは 2 成分絡み目となる。そのときには「こころ変わり」を交差交換によっては定義できないが、結び目理論の *スプライス* の概念(例えば, 注 1) で述べた拙書を参照)を利用すれば類似の考察が可能である。
- 22) 注 1) で述べた拙書を参照されたい。
- 23) 命題の証明も含めて, 注 20) で述べた拙著を参照されたい。
- 24) 「こころ」を国と解釈すれば, 国と国の関係も絡み目として表せるだろう。オリンピック・マークを想起されたい。