

数理科学の進化に正対する方法論と戦略

藤田 宏 (東京大学 名誉教授)

1. 数理科学と私

1.1. はじめに

私は物理学科の学生として物理数学から数学の世界に入った。大学院生としての修業も今の言葉で言えば、数理科学のそれであった。その段階に於いて本格的な数学の高尚さに感動することができたのは、当時、東大理学部物理学科には、小平邦彦、加藤敏夫と言った後年に大数学者として世界の尊敬を受けた偉人が若手の教官として務めておられたからである。さらに、物理学の専門の分野を招来の超大家としてリードしながら応用数学にも卓越した見識を具えた、流体力学の今井功、電磁気学・物理学汎論の高橋秀俊も若手教官であった。それらの碩学の指導や影響を受け得た幸運のおかげで、私は「数学と諸科学との連携を尊重する数理科学へ」と傾倒し、その思いは馬齢90歳を重ねた今日に到っている。

寡作な私が今日の小平邦彦賞を頂く光栄に浴せたのは、数理科学からのいくつかの問題に対して、関数解析的手法によりささやかな貢献をすることができたからである。具体的には、境界値問題の近似解法、ナビエ・ストークス方程式の初期値問題、非線形放物型方程式の解の爆発問題であるが、過分の評判は、後続の俊秀たち（日本人が有力）がそれぞれについて、顕著な発展を実現して下さったおかげである。

1.2. 数理科学の進化

実は、日本で数理科学という語が使われ始めたのは、前世紀の中ごろ、すなわち1950年代の終わり頃から1960年代始め頃に亘り、弥永昌吉が総帥として采配を振り、京大の数理解析研究所設立の成果を得た、「数理科学推進運動」が嚆矢である。その運動が標榜した数学の応用や他分野との連携でのパートナーは、物理学が筆頭であった。それも微分方程式によるモデルを主とする応用解析学が花形であった。

工学的な制御理論や統計数理も、数理科学運動を盛り上げる一環として遂行された当時としては大規模な総合研究（科学研究費による：やはり弥永昌吉が総帥）では、重きをおかれていたが、数理解析研究所として実現した研究所の構成では影が薄かった（《挿話2参照》）。制御理論や統計数学の部門が実現しなかったのは、既存の統計数理研究所との兼ね合いで、文部省筋との交渉が困難であったせいだとも聞いたが。

コンピュータの登場への準備は十分に意識され、数値解析の部門も設置されたが、本格的なシミュレーションを実行するだけの機能はまだなかった。

ともあれ、理学的な数理科学が数理研を旗艦的存在として成果を挙げる一方で、工学的な数理科学の興隆に陰りがある年数が続き、世界の潮流に遅れる風情であったのだが、私は工学部での勤務経験があったおかげで有限要素法に興味をもった工学者たちと共同研究を行っていた。変分法に対する素地は共有していたが、価値観や言葉の違いをカバーするのに時間がかかった記憶がある。

時の流れと共に、社会の各層の応用数理、すなわち工学的数理科学への認識があらたまり、順風ともいえる環境となった。Japan SIAMを標榜する日本応用数理学会も設

立され、コンピュータの進歩と普及によるデジタル革命は、世相を変化させ、数理科学も新世紀型へと進化した。

すなわち、前世紀型の数理科学では乖離（かいり）的であった「理解のための（理学的）数理科学」と「達成のための（工学的）数理科学」が今や架橋的連携の域を超えて有機的に一体化されている。後者についても、問題に関わる理詰めの仕組み（機序：メカニズム）の把握、すなわち、局所的な体系性の把握が重視されるようになったことが大きい。

数理科学の進化を実感し、そこでも関数解析的手法が生きることを願う私にとって、1959年～1965年の期間、工学部の力学教室（寺澤寛一による創立以来の俗称：当時は物理工学科所属の数学力学担当講座）に勤務して得られた、目的科学のスタンスの理解、コンピュータ活用時代の物理数学を編み、応用数理学会を立ち上げる推力を担った森正武（故人）さんや応用数理の問題把握の世界的達人である河原田秀夫さんとの友誼、さらには新世紀の応用数理の正面を受けもつ数理工学の長老・俊英の人達の知遇を得ていたことは甚だ貴重であった。

「理解のための数理」と「達成のための数理」の価値観や方法論には、共通な点もあれば、対照的に異なる特徴もある。本日はそれらについて70年に近い個人的体験を踏まえ、身を持って感じ取った時代のうねりを振り返りつつ、語らせて頂きたい。

1.3. 挿話

《挿話1》数理科学の進化という語を使ったのは、新世紀型の発展を人間文化として佳と認める気持ちとともに、デジタル革命がもたらした研究環境や研究手段の変貌をかつて生物の進化や主役の生物種の交代をもたらした地球の変貌になぞらえたい気持ちからである。併せて、今世紀に活躍する研究者・専門家の皆さんが、それぞれの個性や環境に応じて、「理解と達成の数理の学」との付き合いを、両生類的に、あるいは雑食生物のように、こなしつつ成長して頂きたいとのねがいをこめたからでもある。

《挿話2》発足時の数理解析研究所の部門の設置年度と初代の担当教授は次のとおりである。

1963 基礎数学I（中野茂男）、1964 基礎数学II（島田信夫）、1963 作用素論（福原満州雄）、1964 応用解析学I（荒木不二洋）、1965 応用解析学II（伊藤清）、1965 非線型問題（占部実）、1966 近似理論（松浦重武）、1966 数値解析（高須達）、1967 計算機構論（高須達）

《挿話3》暗記して当てはめるだけの数学学習をAIが駆逐することは間違いないが、数学者／数理科学者がAIに駆逐されることはない。ちなみに、2001年の数学会の学会通信に掲載された随筆の末尾で筆者は次のように述べている。

『コンピュータが、新世紀では人間の脳力を解放する（機械が人間の筋力を苦役から解放したことになぞらえるべき意味で）域に達するであろう。そうして、そこでの数学の発展は、H. ポアンカレが述べた（「科学の価値」、第二部 物理的科学）意味で、外界とのつながりから創造性の活力を汲み取るにより可能であると信じている。』

2. 数理科学で期待される数学の役割

2.1. 数理科学ニュースから

例えば、物理学を連携相手とする数理科学の活動に於いて、数学側の期待される役割りは何か、また、その役割りを果たすことによる数学への功德は何かを見てみたい。そのための資料として、弥永数理科学の推進努力の一環として組織された有志的な懇談会の広報誌として発行された（ガリ版印刷）「数理科学ニュース」は貴重である。刊行責任者はここでも弥永昌吉であったが、記事の目玉の一つは、理論物理学の大御所である山内恭彦がホストとなり、数理科学の有力あるいはスターメンバーをゲストとして行われた対談（時には鼎談）であった。筆者と佐藤幹彦さん、高見顕郎さんの3名（いずれも助手の身分であった）は、同誌の編集幹事ということで、対談の設営やテープ取りのお手伝いをした。それだけに、貴重な対談を身近に拝聴できた次第である。

その記憶の中から、上記の、連携分野からの数学側への期待あるいは要望として今も記憶が鮮明であるものをいくつか掲げよう。

山内恭彦意見 (i) (数学者秋月康夫との対談)

諸科学の基盤の数理的整備も望まれるが、諸科学の提供する、あるいは、職業的直観として抱えている数理的萌芽を数学の専門家が認知し、それを数理化することによる数学自身の充実・進歩を期待したい。

山内恭彦意見 (ii) (同上)

数理科学という独立の分野があるわけではなく、結果に到るまでのつながり方が実体的なものではないか。それにより得られた成果の価値は個々の分野で評価される。

山内恭彦意見 (iii) (物理学者今井功との対談)

たとえば、リー群の本質的などころを分かりやすく数学者に話して貰いたい。どこに応用できるかは、それを聞いて物理屋が考える。

今井功意見 (i) たとえば、場の理論の枠組みは物理屋が編む。そのあやふやなどころを数学ではっきりさせてほしい。

今井功意見 (ii) 計算の方法についても、応用家が物理的直感に基いたり、名人芸として行っている処理法を万人向きの数学的方法に整えてほしい。

2.2. 実践的な数理科学方法論

上で見た物理学者の注文の意義を考察する便利のための、実践科学の作業の流れを復習しておこう。

数理科学（とくに応用数理）での方法論的な流れ：

理解のため、あるいは、目的達成のために考察すべき現象を対象と呼ぼう。その現象を数学的に記述するモデルの構築（モデリング）が第一の仕事である。モデルは物理学などの基本法則から直ちに書き下すことができる場合もあれば、状況に対する判断を反映させながら独自に編まねばならない場合もあろう。対象に対する専門的概念と数学概念とを合目的に動員しなければならない。モデリングは出来上がった形からは数学的定式化でもある。数学的モデルができれば、それを数学的方法によって解析する。効率がよく確かさもある良い方法を選ぶ。必要ならば改良して用いるなど数学的な腕のみせどころである。解析して得られた結果の評価を行い、良しとできれば完了。そうでなければ、然るべき段階に遡って（フィードバック）モデルや方法の改善に努める。

- 対象（問題設定・目的意識に）
- モデル（数学的定式化）
 - 数学解析（方法動員）
 - 評価／フィードバック

2.3. 山内・今井提言の考察

山内意見 (i) の前半は分野専門家が職業的直観によって立てたモデルを、できれば、数学的に確かなものとせよとの数学側への注文である。それが、数学自身の進歩につながるぞとの激励でもある。

山内意見 (ii) を私は、数理科学の活動では、数学が各専門分野での数学活用のインフラを提供するものだとして解釈したい。その活動の成果は、専門分野の価値観によって評価されて当然である。一方、その成果をもたらした数学理論の価値は数学独自の価値判断で評価される。その両方での評価が高ければ、めでたし、めでたしである。

筆者に身近なところで言えば、(非相対論的)量子力学(シュレーディンガー方程式によって記述される)の原子分子のハミルトニアン作用素の数学理論を仕上げた加藤敏夫の理論はそうした最高の例のひとつである。

一方、筆者と加藤敏夫による、ナビエ・ストークス方程式の初期値問題の作用素論的考察は、問題を数学的に斬新に見る新境地を拓き、数学的な進歩とみなせる結果をもたらした。さらなる発展へのブレークスルーを与えたが、流体物理屋さんにとっても、賞金100万ドルを提供したクレイ財団にとっても、「一件解決！」には程遠い。

山内意見 (iii) は、数学の進んだ理論への物理屋さんの期待を告げるものであるが、モデリングの主役は物理屋が行わねばならないとの主体性の宣言であり、また、分野専門家を助ける気があるのなら、大事な概念を解りやすく教示してくれとの注文である。

Kato-Fujitaの理論に接して今井先生は、「やはり加藤さんや藤田君の話は数学的であってもわかりやすい」と褒めてくださった。こちらの育ちによるものかもしれないが、専門分野が違っても形式的に同じ数式を扱っていても、外国語と同じように、分かった気持ちに差ができる。連携研究には言葉が通じ合うまでの我慢が必要である。外国語にもバイリンガルな達人がいるように、複数分野に本格的に溶け込む数学者が登場すれば結構なことである。反応拡散系による生物模様の理論の先鞭をつけたチューリングなどはそうした偉材であったと思う。

最近に医師たちと協力して数理腫瘍学を構築している鈴木貴教授の成功も同教授の数学的展望力と共に、言語が通じ合うまでの我慢が生きているのであろう(それに応える医師たちの、医学部入学試験で鍛えられた数学力の高さも役立っているのかもしれない)。

今井意見 (ii) は、数学者にとってもわかりやすい注文である。ここでも、典型的で成功例として、加藤敏夫のシュレーディンガー作用素の摂動論理論を挙げたい。ここでも加藤の結果には、実用家による満足を超える数学的に賞賛できる成果が得られている。最近の日本の誇りである中尾充宏教授とそのグループによる精度保証の近似解法の理論も加藤の伝統を継ぐ成功例であろう。

2.4. 実問題から掘り出される数学現象

実問題（実世界あるいは実践課題）は、非凡な数学現象が潜んでいる。ちなみに小平邦彦先生は、物理現象よりも数学現象の方が根源的な存在であるとされている。筆者が、それによって小平邦彦賞を頂戴するに到った解の爆発現象との出会いも、そうしたものであった。すなわち、ナビエ・ストークス方程式の初期値問題の可解性が空間2次元ではOKであるのに空間3次元では難攻不落に難しいことに悩んだ結果、空間次元と非線形の度合いのからみが解の安定存在あるいは爆発を支配する、調べやすい数学現象を意識して模索し、いわゆる藤田方程式（のコーシー問題）に辿りついたのであった。（当日、状況により、スクリーンに式を提示して説明する。）

3. 新世紀型の数理科学に於ける数学の役割

「電脳AI」と「人脳数理」の対比を含めて、新世紀型の数理科学推進には新視点からの考察が必要である。しかし、一貫して「概念と方法が、理解と達成の支柱」である。さらには、納得の規準および業績評価の基準を検討せねばならない。こうしたことを当日の時間の都合次第で聞いて頂きたい。