金銅誠之氏「$K3$ 曲面の幾何と保型形式」

代数曲面の双有理分類において，小平次元が零のものとして $K3$ 曲面とエンリケス曲面が現れる．これらの研究は 1970 年代にトレリ型定理が確立されることにより新局面を迎えた．金銅氏は、周期と格子の理論を応用してこれらを研究する大きな潮流の中で，自己同型とモジュライに関して新しい知見を与え続け，分野の発展に大きな貢献をした．主なものを幾つかを紹介する．

まず，金銅氏は学位論文（1986 年，Japanese J. Math.）において，双有理自己同型が有限個しかないエンリケス曲面の分類に成功した．双有理自己同型の個数が有限の代数曲面の分類は，$K3$ 曲面とエンリケス曲面を除いては解決していたが，エンリケス曲面に対しては 6 種の周期とその内の 2 種の具体例の記述が知られていただけであった．この状況で，金銅氏は独自の幾何的方法で 7 種に分類し，方程式による具体的構成と対応する鏡映群の基本領域を与えて，この問題を完全に解決した．

これとは反対に双有理自己同型が無限離散群になる場合の群構造についても金銅氏には多くの優れた研究がある．なかでも，クンマー 4 次曲面と呼ばれる特別な $K3$ 曲面に関するクラインの問題の解決（1998 年，J. Algebraic Geometry）が著名である．クンマーは 19 世紀中葉に光線理論のモデルとしての直線の 2 次複体を研究し，焦点のなす曲面としてこの 4 次曲面を発見した．クラインはこの曲面の種々の双有理自己同型を構成し，それらでもって双有理自己同型群が生成されるかという問題を提起した．金銅氏は，階数 24 の Leech 格子に関する結果，とりわけ Leech ルート、を応用することによって，この問題を見事に解決した．クラインの知っていた双有理自己同型に Keum の発見した 1 種類（Hutchinson の見つけていたものでも良いことが後に判明）を付加することによって双有理自己同型群が生成される．これらの研究における氏の解決手法は，$K3$ 曲面やエンリケス曲面の自己同型に関する他の問題にも応用され続けていて，その独創性は高く評価されている．

モジュライに移ろう．偏極 $K3$ 曲面やエンリケス曲面のモジュライ空間は IV 型有界対称領域の算術的離散群の作用による商多様体として表される．これらの双有理構造を決定することは，代数曲線やアーベル曲面の場合と同様に基本的な問題である．金銅氏は，ある格子論的なトリックを用いることによって，エンリケス曲面のモジュライ空間が別の幾何的対象のモジュライ空間と双有理同値であることを示し，その有理性を証明した（1994 年，Compositio Math.）．また，幾つかの次数の場合に，偏極 $K3$ 曲面のモジュライの非有理性を示すことにも成功した（1999 年，Compositio Math.）．これは，Borcherds が構成した 26 変数の保型形式をモジュライに引き戻すことによって多重標準形式が得られる

というもので，その後 Gritsenko 達が殆ど全ての次数で小平次元を決定する仕事に大きく道を開いた．

金銅氏は，最近の一連の論文において，Borcherds の保型形式論を応用して，レベル付の低種数曲線やエンリケス曲面等のモジュライ空間の射影モデルの構成を行っている．古典的な結果の再構成を行うとともに，これまで知られていない新しい射影モデルの構成にも成功しており，今後の発展が大いに期待される．

このように，現代的格子論と保型形式を応用した $K3$ 曲面とエンリケス曲面に関する金銅氏の業績は非常に著しく，代数学賞にふさわしい．