書評 形と動きの数理

杉原厚吉著，東京大学出版会，2006 年

篠田正人（奈良女子大学理学部）

本書は，東京大学の学部１～２回生向け自由ゼミナールの講義ノートをまとめたもの，とのことである．数理モデリングを用いて現象を理解する方法を，「形と動き」に関する 13 の身近な題材を通して明快に示している．

13 章のうち前半の 5 章は「形と動きを理解する」と題し，身の回りにあるものがどうしてそのような形をし，またどうしてそのような動きをするかを説明している．取り上げられている話題は微分方程式（熱の流れと水の流れの違い），変分原理（懸垂曲線の導出），フラクタル，カオス，そして「サイコロの目の出やすさ」である．最初の４つの章は，学生が将来数理科学を学んでいく上で知っておくべきであるスタンダードな内容だと思われる．これらの章では現象をどのように記述し，どのように解析するかの一般的な方法を示している．まだ数学に慣れていない学生では本文中の式変形を追うのに大変なところもある（特に微小量の扱い）と思われるが，現象を理解するという目的を達成するためにはこうした数式の扱いは不可欠であり，そのおかげで意味のある結論が得られると知ることができるだろう．学生には，できれば読み終わった後で本を閉じてもう一度自力で方程式の導出ができるかどうかを試してもらいたいものである．

第５章の「サイコロの目の出やすさ」が前半の目玉と言ってよいであろう．１から６までの目が彫ってあるサイコロでは，その彫りのせいで重心が真ん中からずれ，それぞれの目の出る確率に影響を及ぼしていると考えられる．なんでも，著者はあるテレビ局からこの質問をされて計算をすることになった，と章末で種明かしをしている．そこで著者は，サイコロのずれた重心から見た各面の立体角の大きさの比として確率を求めている．この解釈と計算方法については著者自身も認めている通り，ひとつの考え方であって絶対ではない．この問いは現実の問題を抽象化して数理科学の世界で考える例として十分に読者に訴えかけており，学生に対して「自分ならこうする」という自由な発想を求めるよい題材となるであろう．

後半の８章は「形と動きを作り出す」と題して，望まれる形や動きを生み出すにはどのようなアルゴリズムを構成すればよいかを示している．ここでの題材はスプライン曲線，平面図からの立体復元，流れの中での最短航路，円のパッキング，領域の単体分割，ロボットの動作計画，勢力圏モデリング，超ロバスト幾何計算である． この後半部は著者の研究成果に基づくものが多いということもあり，専門家でも興味深く読めるであろう．特にいくつかの章で中心的な役割を担っているのが「ボロノイ図」である．すなわ

ち，平面内にある n 個の点の集合 $S=\{P_1,P_2,\cdots,P_n\}$ について，平面を「S のうちで最も近い点が P_i」であるような領域に分割した勢力圏図のことである．例えば住民がもっとも近い病院に行ったり公園に避難したりする状況を考えれば，ボロノイ図が現実に有用であることは明らかである．このボロノイ図を用いた配置計画といった計算幾何工学の手法が活き活きと描かれている．評者は特に第９章の円パッキング問題へのボロノイ図の応用によるアルゴリズムの高速化を興味深く読んだ．

学生にとっては第７章の「平面図からの立体復元」が特に面白いのではないだろうか．「だまし絵」に代表される「立体を描いた平面図」が本当に立体として実現可能なのはどういう場合か，という判定法を求めている．あまりに厳密な条件だと元の図のちょっとした表現誤差に敏感すぎるため，ある種の「柔軟な」判定を実現させるにはどうすればよいか，という実用の観点を取り込んでいる点が新鮮に映る．

全体を通して身近な問題への数学の活用の実例を示されており，後半は特に計算幾何色が強くなっている．本書に一貫しているのは「数学のために問題を合わせる」のではなく「問題のために数学を合わせていく」態度である．そこには，数学が活躍する場面は現実にたくさんあるのだよ，という著者の強いメッセージが感じ取れる．また，著者の言う通り「問題解決のためには使えるもの（数学）はなりふりかまわず何でも使用する」「厳密解がわからなければとにかく近似解でもいいから求める」ことが実践されている．

内容は章ごとに完結しており，それぞれの分量も適当で学生の輪講や自主ゼミによい本と思われる．その意味で，各章のはじめに簡単な要約がついているのも学習の助けとなる．評者の立場（数学科教員）で言えば，「数学の勉強をして何のためになるか」という疑問を持つ学生に読ませることをまず考えた．それは数学を学んだ後で工学の分野で活躍する学生を増やすだけでなく，教師になることを志望する学生にも，「生徒に数学を学ぶ意味を教えられる」ようになってほしいと願うからである．ただし，学生が自力で最後まで読み進めるにはなかなか苦労するところもあるので，読みやすい章を先にピックアップしたり教員が的確にフォローしたりという工夫は必要かもしれない．線型代数や微積分というくくりに捉われない数学は学生にとっては大変な労力となるかもしれないが，実用例を見せることは平常の数学の学習にとっても大きな意味を持つであろう．もっとも，本書全体を通して見ると，微分方程式の導出や変分原理における微積分学，曲線のアフィン結合表現や３点円を表す行列式といった線型代数学，さらには距離空間やベクトル解析など数学で学ぶべき基礎知識を一通り網羅していることに気付く．工学部の学生にとっても，本書を読むことが「数学を学ぶ必要性」を肌で感じる良い機会となりえるように思う．

なお，本書については戸川隼人氏の書評も数理科学 2007 年 7 月号にあることを参考のため付記しておく．