

中内伸光著：

「数学の基礎体力をつけるための ろんりの練習帳」

共立出版，2002年，229ページ

数学に必要なチカラとは何だろうか。計算力，注意力，想像力などがそこそこあって高校まで数学が得意だったという人であっても，大学の数学で大きな壁にぶつかって途方に暮れるというのは珍しくないし，著者が言うように，数学科の学生が演習やセミナーで四苦八苦するという光景もよく見られる。現代数学のあまりに厳密で抽象的な性質のためであろう。この壁を乗り越えるには，文章を論理的に正確に扱う能力，例えば『世の中のすべての試験がなくなれば，すべての人生がもっと楽しくなる』という文章の否定を何の苦もなく作れるような力が必要である。本書のタイトルにある「数学の基礎体力」とは，そのような論理的思考力を意味する。本書は，現代数学をこれから勉強するという人（たとえば数学科の新入生）が予備知識なしで論理の必要事項を習得する，つまり「数学の基礎体力」を養うための独習書である。

著者曰く、『文章を論理的に取り扱う訓練は，記号化による「思考の整理」と，反復練習による「習慣的定着」により，たいへん効率の良いものとなります』

（「まえがき」より）。命題を真偽のみに着目して記号化し，命題同士の関係を考察するのが記号論理学であるが，本書では，記号論理は思考整理に使うための道具であって，必ずしも目的ではない。よって，抽象的な  $p$  や  $q$  の記号操作の練習だけではなく，具体的な文章を記号化して，記号論理学の結果を適用する訓練も重視されている。『「朝食にカレーを食べ，かつ，昼食にカレーを食べるなら，インドで生活ができる」の否定は？』（p. 67）といった文章を題材にした演習問題は読む者の心を和らげ，そして論理学のありがたみを実感させてくれる。十分に反復練習ができるよう，問題量は豊富だし，巻末の解答も丁寧である。

「ろんりの練習」だけに限らず，数学を学んでいくのに役立つ様々なノウハウを示して読者を励まそうという姿勢が本書では一貫している。第0章『数学を勉強していくうえで的心得』で三つの心得（『用語はなるべく英語を使ったほうが良い』『忍耐が必要である』『わかっているつもり，大いなる錯覚』）を説き，巻末の『おまけ：Q and A』で教科書の選び方などをアドバイスしているところに，そのスタンスがとくに表れている。

本書の内容を順番にみていこう。第1章『命題論理』では“ $\wedge$ ”（かつ）や“ $\vee$ ”（または），“ $\neg$ ”（～でない），“ $\rightarrow$ ”（ならば）といった記号で結ばれている命題を扱う。初学者にとって， $p \rightarrow q$  が  $\bar{p} \vee q$  で定義される論理演算で， $p$  が偽のとき  $p \rightarrow q$  は常に真となってしまうのは奇妙に感じるかもしれないが， $p \rightarrow q$  の否定が  $p \wedge \bar{q}$  であることを考えれば納得しやすい。本書は，この点を沢山の例題を提示することなどによって，よく説明している。しかも「 $p \rightarrow q$  が常に成り立つ」ことを  $p \Rightarrow q$  という別の記号で表すことによって概念の混乱を避けるという工夫もしている。ただし，「 $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$  が常に成り立つ」こと，すなわち  $p$  と  $q$  が同値であることを表す記号は  $p \Leftrightarrow q$  ではなく  $p \equiv q$  を用いている。二つの命題が同値であることを証明するには，分配律やド・モルガンの法則などを用いて一方を他方に同値変形していく方法と，両方の真理表が一致するのを示す方法があるが，本

書では後者の比重が大きいのが特徴的である。真理表の書き方は、紙数を惜しまず非常に丁寧に解説してある。

第2章『述語論理』では、“ $\forall$ ”（全ての）や“ $\exists$ ”（或る）を含む命題について論じている。はじめに述べた『世の中のすべての試験が…』という例は、この章の導入として取り上げられているものであり（p. 73），このような否定文のつくり方（ド・モルガンの法則）が、述語論理のポイントの一つである。もう一つのポイントは  $\forall x\exists y$  と  $\exists y\forall x$  の区別だが、これについては男女関係を例にして、わかりやすく説明してある。この章の結びは  $\varepsilon - \delta$  論法で、数列の極限と関数の連続性について述べている。この「数学の難所」については取り分け力を尽くして解説しているが、そのうえで、楽に理解する王道はない、結局は読者自身が時間をかけて納得して慣れるしかないということを再三強調している。しかし、そう述べているにもかかわらず、本書に  $\varepsilon - \delta$  論法に関する練習問題がないのは、何とも残念だと思う。

第3章『集合と写像』では、それまでの論理の知識を土台にして、集合や写像の基本事項を駆け足で説明している。とくに3.2節『写像』では普通の教科書と同様な「定義、定理、証明」のスタイルになってしまっている。紙数の関係もあるだろうが、現代数学における写像という概念の重要性を考えれば、もっと具体例を挙げるなどしてじっくり説明してほしかったと思う。対照的に、その次の節『濃度のはなし』では濃度の概念について熱心な解説が為されており、最後には興味を惹く話題として可算濃度と連続濃度の違いや、 $\mathbb{R}$  と  $\mathbb{R}^2$  の濃度の等しいことが証明なしで述べられている。

独習書という性格ゆえに、本書には、読みやすく親しみやすいものにしようとする様々な工夫が凝らされている。脚注での軽口のようなコメントや演習問題のネタも楽しいが、何より著者の手ずからなるイラスト（個人的には、実にイイと思う）と、本文のかなりの部分を占めるボケとツッコミの連鎖が、本書の雰囲気や数学の本としては唯一無二のものにしている。『それじゃ、ベキ等律でなくて、適当律だよ』（p. 25）というダジャレが概念の理解に直接役に立つかどうかはともかく、読み手の精神に緩急のメリハリをつけて読み進むのを助けていることは間違いない。こういった無用の用と言うべきものを、評者も授業をする際などは参考にしたいと思う。

（伊師英之，横浜市立大学）