

書 評

カラー図解 学校数学事典

Fritz Reinhardt 著, 長岡昇勇, 長岡由美子 訳

共立出版, 2014/4/25 出版

原著 dtv-Atlas Schulmathematik は Deutscher Taschenbuch Verlag が 2002 年出版

東北大学高度教養教育・学生支援機構

森田 康夫

Deutscher Taschenbuch Verlag は図版を多用した色々な分野の事典を出版しているが、数学についてもFritz Reinhardt, Heinrich Soeder, dtv-Atlas Mathematik 1,2 と、本書dtv-Atlas Schulmathematikを出版しており、これらは共立出版により翻訳されている。

ドイツの中等教育は複線型であり、6歳から10歳まで基礎学校（Grundschule）で学んだ後に、生徒は職業訓練を受ける学校と大学進学準備をする学校に分かれる。ギムナジウム（Gymnasium）は、大学進学を希望する子供たちが学ぶ9年制の学校（2004年からは8年制となった）であり、日本の小学校高学年から大学初年度にあたる教育を行っていた。本書は2002年に書かれており、ドイツの2004年の改革以前のカリキュラムに基づき書かれている。

著者のFritz Reinhardt氏は数学の博士号を持ち、西ドイツ ビーレフェルトのギムナジウムで長年教えていた方である。原著はギムナジウムで教える数学の内容をまとめたものであり、生徒が自習する際に数学の色々なことを要領よく調べることができることを目的として書かれている。

著者はまえがきで、「本書はギムナジウムの数学という膨大なものを1冊の本にまとめるため、一部の単元を略し、証明も一部書けなかったが、その代わりに図や例を多用した」という意味のことを書いてある。本書は右ページに本文を書き、左ページには図や例を書いてあるが、図版がカラー印刷であるだけでなく、本文でも重要なところにカラーで網掛けを行っており、著者が「まえがき」に書いてある一目瞭然化が実現されている。その他、日本の数学の教科書に比べ、公式の意味や証明がかなり詳しく書かれている。図版についてはたくさんの図をていねいに作っており、とても良くできている。

本書は、学校数学の単元分野（2-3 頁），集合論の表現（4-13 頁），数集合（14-43 頁），方程式と不等式（44-61 頁），対応と関数（62-83 頁），極限值概念（84-107 頁），微分計算と積分計算（108-151 頁），平面幾何学（152-185 頁），空間幾何学（186-191 頁），解析幾何学とベクトル計算（192-215 頁），推測統計学（216-237 頁），論理学（238-251 頁），公式集（252-267 頁），参考文献（268 頁），索引（269-281 頁）からなっている．これらのうち，論理学は日本ではほとんど教えられていず，推測統計学は，日本の高等学校数学の指導要領に単元はあるが，ほとんど履修されていない．

本書の翻訳の仕方としては，（1）原著を忠実に翻訳し，原著の雰囲気を残す方法と，（2）原著が目指した「生徒が自習する際に数学の色々なことを要領よく調べることができる」ことを日本で実現するため，用語や例を日本に合わせて変更する方法があったと思うが，翻訳者は「あとがき」において（1）の方針を採ったと説明している．そのため，本書は日本の普通の生徒が自習に使うのには，少し難しくなったが，その代わりに，日本の高校や大学の教員がドイツの数学教育について知るための貴重な資料となっている．また，使われている図版などは，中学・高校・大学の教員が授業を行う際の参考とすることができる．

用語については，訳者が「あとがき」にも書いてあるように，「正弦定理」を「sin 定理」と呼ぶなど，日本で使われている数学用語とはかなり異なっている．このため，上記の（2）を目的として普通の生徒が使うのにはやや難しいと思う．しかし，カラー刷りで図版が多く，とても分かりやすく書かれているので，優秀な生徒が数学を学習するための教材として使用することができる．

ギムナジウムの始めの 6 年（日本の高校一年まで）をギムナジウム前期と呼び，残りの 3 年をギムナジウム後期と呼ぶが，本書では教える内容が前期で教えられているのか，後期で教えられているのかが分かるように，目次と「学校数学の単元分野」をカラーの網掛けで示してある．それを見ると，日本での数学を教える時期と教え方が異なるものが幾つか見つかる．例えば，命題や集合の基礎については，ギムナジウムの前期の初めに教えているようであり，対応，逆関数，指数関数，対数関数，三角関数，弧度法もギムナジウム前期で教えているようであるⁱⁱ．これに対し，ギムナジウム後期では，極限概念，微分積分ⁱⁱⁱ，推測統計学，論理学などを教えている．

内容については，「数学記号および文字による意味のある成文で一意的に真，偽の判定ができるものを命題と呼ぶ」と定義しており，命題の説明の中で「世の中には半分だけしか正しくないものもあるが，数学ではその様なものは閉め出さなければなら

い」という意味のことが書いてある。集合の定義もカントールにしたがい、「集合とは特定されてはっきり区別された我々の見解または考えの対象（物）の集まりである」と定め、集合算についての記述が詳しく書いてあり、可算無限についても詳しい説明がある。このように、論理や集合については、日本よりかなり詳しく教えているようである。さらに、実数の完備性の説明もある。

日本の高等学校数学では、推定や検定を行う場合には正規分布を使うことになっている。ところが、自然対数の底 e や指数関数 e^x の性質が数学Ⅲに入っており、そのため高校で推測統計を教えるのは難しくなっている。これに対して、本書では二項分布を使って推定や検定を行っており、正規分布は二項分布の極限として扱っている。正規分布でなく二項分布なら、文系の学生にも教えることができるので、高校段階での統計の教え方として、本書のように教えるべきかどうかは、検討に値すると思う。

全体として見ると、日本の数学教育では計算することが重視されているが、ドイツのギムナジウムでは定義や定理や理解が重視されているように思われる。日本の教育は単線型で98%の日本人が高校教育を受けているのに対して、ドイツの教育は複線型で、選ばれた少数の生徒しかギムナジウムに行っていないという違いと、2004年以前の西ドイツのギムナジウムは9年制であったことも関係していると思われるが、日本の数学教育はもう少し計算から意味の理解に重点を移すべきではないだろうか？

用語や社会システムの違いもあり、本書の翻訳はかなり困難であったことが訳者の後書きなどから想像できるが、ミスなどは非常に少ない。ただ、目次のギムナジウム前期と後期を区別する色は逆になっているように思われる iv。

ドイツの数学教育を理解し、日本の数学教育を顧みる上で、本書は非常に価値の高い本であると思われる。

i ドイツでは、原著は町の本屋で10ユーロで販売されており、普通の人簡単に買うことができる。

ii 関数は対応の特殊な場合としており、逆対応の特殊な場合として逆関数を定義している。自然対数の底 e はオイラー数と呼んでいる。 $1/x$ の積分として $\log_e(x)$ を定義し、指数関数 e^x はその逆関数として定義しており、 e の極限としての表示、対数関数の底の変換公式、対数関数の性質 $\log_e(xy) = \log_e(x) + \log_e(y)$ などを定義から導いている。

iii グラフの面積は上方和と下方和が極限で一致したものとして定義し、面積で定積分を直接定義している。閉区間で単調で連続な関数は積分可能なことも示してある。

iv 「学校数学の単元分野」の色は間違っていない。