

## 書 評

# 伊藤清の数学

高橋陽一郎編，日本評論社，2011年

東京大学大学院数理科学研究科  
舟木 直久

伊藤清先生は、コルモゴロフ、レヴィと並ぶ現代確率論研究の開拓者である。第1回ガウス賞を始めとして、京都賞、ウルフ賞、文化勲章等数々の賞を受賞され、2008年に93歳で逝去された。本書と時期を同じくして、岩波書店からエッセイ集 [1] が出版されている。これら2冊は、先生の業績から人柄まで知る上で貴重な資料であり、その出版は時を得たものである。

本書は2部で構成され、第1部には、全集に収録されなかった日本語の論文、論説や講演記録が集められている。第2部は、先生と親交の深かった方々の寄稿文を纏めたものである。執筆者は、西尾眞喜子神戸大学名誉教授、D. Stroock MIT 教授、池田信行大阪大学名誉教授、D. Elworthy Warwick 大学名誉教授、前田吉昭慶應大学教授、楠岡成雄東京大学教授、杉田洋大阪大学教授である。一方 [1] は、伊藤先生ご自身のエッセイ集であり、先生から直接お話を伺うような気分を味わうことができる。これら2冊は、相補うものとして一緒に目を通すことをお勧めしたい。

ガウス賞は「数学の応用」を対象に ICM2006 において創設された賞であるが、先生の実績理由として「確率解析・確率微分方程式の理論の創始、その後の数理ファイナンスや数理生物学への応用」が挙げられている。その最後の部分を引用しておく：

『stochastic analysis is a rich, important and fruitful branch of mathematics with a formidable impact to “technology, business, or simply people’s everyday lives”』

ただし、ここで言う応用は、先生ご自身の研究という訳ではない。先生は、むしろ「私が想像もしなかった「金融の世界」において「伊藤理論が使われることが常識化した」という報せを受けたときには、喜びより、むしろ大きな不安に捉えられました。」([1], p.135) あるいは「私はこれまでの人生において、株やデリバティブはおろか、銀行預金も、定期預金は面倒なので、普通預金しか利用したことがない「非金融国民」なのです。」([1], p.137) と述べられ、応用は必ずしも本意でなかったことを表明されている。

先生は、数理物理への思いは別として、終始、純粋数学者としての立場を堅持された。コルモゴロフとレヴィの理論の重要性をいち早く見通し、厳密な議論にこだわって、加法過程のレヴィ-伊藤分解・確率微分方程式の理論（確率積分・伊藤の公式等）を20歳代後半に確立されている。これだけでも驚嘆すべきことであるが、加えて戦前・戦中の極めて困難な時代背景の下、さらに大学ではない統計局という場所に勤務されていた中で、これほどの業績を相次いで挙げられたことは、全く信じがたいことである。

以下、本書から印象に残った部分をいくつかピックアップし、書評に代えたい。

• レヴィの著書の書評において、先生は「叙述は極めて直感的、構成的でいかにも pioneerらしい風格を示しているが、基礎になる確率空間が明示されていない場合が多く、難しい部分がかなりある。」(p.126) さらに「本書は直観的すぎてわかり難いところもあるが、著者がいかにして新しい発見をして行ったかということが窺われ、原始林を開拓して行く人の楽しい姿が目に見えるようである。」(p.127) と述べておられる。ここには、先生の考え方の基本がよく表れている。奇妙なことに、レヴィの自伝「一確率論研究者の回想」(岩波書店, 1973年)に伊藤の名前を見出すことはできない。先生を評価することは、彼の自尊心が許さなかったのかもしれない。

• Stroock 氏の文章から「レヴィは、伊藤という解釈者を得たという幸運により、今日の名声を享受できたと私は考えている。」(p.277) あるいは「伊藤の名声は、その積分論を構築し、途轍もない技術的困難を克服して研究を展開したことに依っている。」(p.293)

• 池田氏の「時代を先駆ける数学者 伊藤清」(pp.294-349) は、大変な労作であり、伊藤先生に関する数多くのエピソード、池田先生の思いが綴られている。「数理物理学への回帰」……これには先生の思いが簡明に語られていて興味深い」として、その結びの部分をそのまま紹介している(「確率力学系」p.295 上)。また、p.302 下には、伊藤先生の言葉として「多くの開拓者の仕事はそうであるように、レヴィのこの理論の叙述は直観的な把握にもとづく部分が多く、理解し難いというのが定評であった。それで、これをコルモゴロフ流の厳密な表現に書きかえようと試み、アメリカの数学者ドゥブが導入した正則化という概念を用いて、いろいろ苦心した結果、目的を達成することができた。」(p.302) あるいは「先生も指摘されたように、レヴィの本や論文があまりにも彼独特の表現に頼りすぎていて極めて難解であり、フランスですら広く認められる状態ではなかった。この事情については、レヴィ生誕 100 年を記念して 1987 年に開催されたシンポジウムで、彼の女婿であるシュワルツが詳しく話している。」(p.312)

「確率微分方程式を作られたときコルモゴロフの拡散方程式とレヴィの考え方とではどちらが大きな影響を受けられたのでしょうか？」との楠岡氏の質問に、先生は「それはコルモゴロフですね。……確率微分方程式の論文の原稿をレヴィに送ったのですが、「左に寄せて考えるのは良くないと思う」という手紙が来て、私は長い返事を書いて反論をしたことがあります。これは行き違いがあつて、しばらくして“自分は間違っていた。もっと深い問題だ”と行ってきましたけれど。コルモゴロフもこういう風には考えていません。……私はやり出すとパッと理解出来ないの。……仕上げるには 10 年ほどかかりますね。何でも」(p.344) と答えておられる。

個人的に大変おもしろいと思ったのは、杉田氏の「伊藤清先生から教わったこと」(pp.373-382) である。多くの点で共感が持て、伊藤先生の存在を随所に感じる事ができたからである。また、「つれづれなるままに」(pp.235-263) は、1985 年の関西確率論セミナーの講演ビデオを文章に起こしたものである。写真入りで、大変興味深い。

先生は、数理解析研究所講究録に3篇執筆されている。それらは本書には収録されていないが、現在では同研究所のウェブから簡単にダウンロードできる。特に [2] は若い方々に一読を勧めたい。また、先生の追悼号として、[3] をあげておく。

最後に、伊藤先生についての私の個人的な思い出を記すことをお許しいただきたい。先生に初めてお目にかかったのは、私がまだ学生の頃で“測度と解析集合”（都立大学）、“Stochastic integrals と Stochastic differentials”（東京大学）について集中講義でお話を伺ったときである（それまで先生は長く海外に滞在されていた）。懇親会に参加したときの思い出を、先生のガウス賞受賞に寄せて数学通信・編集後記に書いたことがある。また名古屋大学在職時に、3~4回わざわざ研究室にお寄りいただき、無限次元確率微分方程式について個人的に話を聞いていただいたことがある（その後、先生の興味はマリアヴァン解析に移り、杉田氏の文章につながったのだと思う）。当時、京都大学を停年退官され学習院大学に移っておられたが、週末にこれから京都に帰るので待っているようにとお電話をいただいたことが懐かしい。ミネソタ大学 IMA で確率論年 (1985-86年) が組織された際に、先生は1年間滞在された。私は途中短期間訪問したが、帰国に際し、先生にわざわざ車で空港までお送りいただいたことがある（前田氏が「数学以外でも、先生は、車の運転を人に教えるのが得意だとおっしゃって、そのとき身振り手振りでいろいろお話しくださった……」(p.363) と述べている）。谷口シンポジウムで英国にご一緒させていただいたことも忘れられない(1994年)。

本当に偉大な先生であったにもかかわらず、全く気取ったところがなく、誰に対しても分け隔てなく接して下さり、どれだけ励まされたことかわからない。よく「確率力学」の発展を楽しみにしているとおっしゃっておられたが、本書や [1] で物理に興味を持たれていたという記述があり、そのようなお気持ちで激励してくださっていたのかと、今さらながら思う。先生にもうお会いできないと思うと大変さみしく感じるが、それは私一人ではないと思う。

## 参考文献

- [1] 伊藤清「確率論と私」, 岩波書店, 2010年。
- [2] 伊藤清「確率過程論における新概念導入の歴史」, 京都大学数理解析研究所講究録, 405 (1980), 112-158.
- [3] “A tribute to Kiyosi Itô”, Stochastic Processes and their Applications, Volume 120, Issue 5 (2010), edited by Marc Yor and Maria E. Vares.