

会員ニュース

今野北斗氏の第22回(令和7(2025)年度)日本学術振興会賞受賞に 寄せて

福島県立医科大学総合科学教育研究センター
中村 信裕

今野北斗氏(東京大学大学院数理科学研究科)が「族のゲージ理論と4次元トポロジーへの応用」についての研究業績により2025年度の日本学術振興会賞を受賞されました。2024年度の日本数学会幾何学賞, 2025年の日本数学会賞春季賞に続くご受賞を心よりお祝い申し上げます。今野氏と筆者は共に古田幹雄先生(東京大学名誉教授)の元学生であり, 数本の論文で共同研究の経験もあることから今回この原稿のご依頼をいただいたのだと想像します。誠に僭越ながら筆を取らせていただきます。

日本学術振興会賞についてはトップレベルの若手の数学研究者が数多く受賞されている賞なので説明は不要かと思いますが, 「我が国の学術研究の水準を世界のトップレベルにおいて発展させるためには, 創造性に富み優れた研究能力を有する若手研究者を早い段階から顕彰し, その研究意欲を高め, 研究の発展を支援していく必要が」あることから創設された賞とのこと。

上記受賞理由となった今野氏の業績については, それらを知るための良い文献が既にいくつもあります。まず, 今野氏本人による雑誌『数学』の二つの優れた論説「族のゲージ理論」(第77巻2号:2025年春季号), 「微分同相群と族のゲージ理論」(第77巻4号:2025年秋季号)があり, さらに同号には, 今野氏の2025年度日本数学会賞春季賞受賞に向けた谷口正樹氏によるこれまた優れた業績紹介「今野北斗氏の業績—族のゲージ理論の観点から—」があります。今野氏の研究について知るにはまずこれらを読まれると良いでしょう。

さて, よく知られているようにゲージ理論の4次元トポロジー・幾何への応用は1980年代初めのDonaldsonによる交叉形式の対角化定理に始まり, 今日に至るまで多くの研究者により活発な研究が進められ, 数多くの革新的な結果が積み重ねられてきました。一方で, 族のゲージ理論については, そのような豊かな実りからは縁遠い時期が長くありました。ゲージ理論を4次元多様体の族の上に拡張するという発想は自然であり, 定式化自体もそれほど難しくありません。また, 4次元多様体の族を考えることは4次元多様体の微分同相(群)を考えることに直結するので, その方面への応用が直ちに得られても不思議ではないようにも思えるのですが, 実際にこの領域での論文の出版は90年代終わりごろのRubermanの仕事を待たなくてはなりません。それ以後もいくつかの散発的な研究があるのみで, 大きな進展が見られない状況が長く続いていました。そこへ

今野氏が登場します。

今野氏の研究についての筆者の印象を一言で言うなら「近未来のゲージ理論」でした。より正確に言うならば、今野氏以前に今野氏が実際に証明してみせた事柄を構想するならば「近未来的」と感じられたであろうことが、今野氏によって、多くの共同研究者とともに次々に現実のものにされていったのがこの十数年のゲージ理論の一つの流れだったと言えると思います。その流れは今野氏が研究を開始した当初はそれほど大きいものではなかったかもしれませんが、今野氏が多くの研究者を巻き込み刺激していったことで大きな流れへと成長していきました。

今野氏は既に修士論文において族のゲージ理論を考察し、興味深い応用を得ています。それは4次元多様体に埋め込まれた曲面の種数に関するもので、Kronheimer–Mrowka による CP^2 内の曲面の種数の評価の自然な族版と言えるものでした。優れた修士論文ですが、目一杯背伸びをして言うなら、唯一私の「想定範囲内」の論文、すなわち設定を聞けばおおよそ結果が想像できると言えなくもないものでした。

しかしその後の今野氏の展開する数学はすぐさまこちらの想像を大きく超えるものとなっていきました。修士論文後2番目の論文では修士論文のアイデアを最大限に systematize することで、curve complex 的な単体複体のコホモロジー類として族の Seiberg–Witten 不変量を定式化し、その非自明性を証明しています。近未来です。さらに博士論文では4次元多様体をファイバーとするファイバー束の特性類を族の Donaldson 不変量、族の Seiberg–Witten 不変量によって構成するというのをやっけてのけます。近未来です。この研究は4次元多様体族の特性類を微分同相群の分類空間のコホモロジーとして構成するという大仕事を真正面からやり切っており、まさに先駆的で先見性を持つ仕事と言えます。先駆的である点はすぐに思いつく限り三つあります。一つ目は、4次元多様体の微分同相群の分類空間というその当時はほとんど我々の理解が及んでいなかったものの上に普遍的な特性類を構成しているという進歩的な結果それ自体です。二つ目として、曲面束については Morita–Mumford–Miller 類の構成という非常に重要な研究があったわけですが、その4次元への拡張を試みるという方向には向かわず、全く新しい方法としてゲージ理論を採用し、ゲージ理論由来の不変量を特性類にまで昇華させている点です。三つ目は、具体的に特性類を実装しようとするときさまざまな技術的問題が生じるわけですが、その困難を乗り越えるためにそれまでの技術の蓄積を整備し、洗練させ、最終的に到達するまで全てをやり切っている点です。この研究の中に我々は新しい領域を開拓するとはどういうことなのかを見ることができます。一方、この研究の先見性は後述する微分同相群の分類空間に関する大きな結果につながった点です。今野氏はこの時点でどこまで見えていたのだろうかと思います。

以上は族のゲージ理論を理論的に深め、普遍化していく方向の仕事といえますが、応用面では、4次元多様体の微分同相群とただの同相群の違いを浮き立たせるような事例を

さまざまな設定のもとでさまざまなレベル、さまざまな対象について積み重ねていきます。この辺りの研究を知るには前述の「族のゲージ理論」(第 77 巻 2 号: 2025 年春季号)を読まれると良いでしょう。それは楽しい論文の宝庫です。前述のように、そもそも今野氏以前には 4 次元多様体の微分同相群が我々の手の届く研究対象であったとは言い難く、Donaldson, Friedman–Morgan そして前述の Ruberman によるいくつかの結果でおおよそ尽きている状況が続いており、これが研究の俎上に乗ること自体が「近未来的」に感じられることでした。実際 Ruberman 以後 15 年以上停滞していたゲージ理論による 4 次元微分同相群の研究が近年一気に活性化したのは、今野氏の主導する一連の研究に触発されたものと言えるでしょう。

さらに最近の今野氏の研究については前述の論説「微分同相群と族のゲージ理論」(2025 年秋季号)に詳しいですが、その研究領域は多岐にわたり、また一段と深さを増してきています。今野氏や、今野氏の研究グループが初めて見出した現象も数多いですが、特筆すべきものとして 4 次元多様体 X のモジュライ空間である微分同相群の分類空間 $B\text{Diff}(X)$ のホモロジー群に関する研究が挙げられるでしょう。この $B\text{Diff}(X)$ 、曲面の場合には Riemann 面のモジュライや写像類群と密接に関わり以前から活発な研究がなされてきましたが、今世紀に入り、高次元多様体に対しても Galatius, Randal-Williams らの研究グループによって非常に大きな進展があった領域でした。 $B\text{Diff}(X)$ の位相を理解する手始めは (コ) ホモロジー群を理解することですが、それ自体易しいものではありません。しかし、2 次元、あるいは高次元偶数次元単連結の場合にはいくつかの $S^n \times S^n$ を連結和した時のホモロジーの安定化や、コホモロジーの有限生成性が知られていました。今野氏はこれらのことが 4 次元では成り立たないことを次々に証明します。正確には、今野氏は J. Lin 氏との共同研究でホモロジーの非安定性を示し、その後単独で無限生成性を示しています。これらの結果は、4 次元と他の次元との著しい対照を際立たせ、4 次元の特異性をこれまでにはない深いレベルで提示するものだと言えるでしょう。しかも証明には今野氏が博士論文で構成したあの特性類 (の変種) が本質的に利用されます。ここに私は「今野数学 エピソード 1」の完成形を見る思いがします。

本稿執筆時点での今野氏の最新の論文は J. Lin, Mukherjee, Munoz-Echaniz 諸氏との共著によるファイバーが 4 次元のレフシェッツ束に関するもので、その一つの結果は Donaldson のシンプレクティック Torelli 群についての問いに否定的に答えるものとなっています。レフシェッツ束なのでファイバーには特異なものが現れます。特異ファイバーを除いたところでゲージ理論的な不変量を考察しているのですが、このようなことが自在に行えるようになるとは、まだまだ今野氏の数学の進化は止まらないようです。今後今野氏の数学がどのような発展を遂げていくのが楽しみです。

さて、本当はこの辺で何かエピソード的なものが書けると良いのですが、幸か不幸か今野氏についてはどこまでいっても「好青年」の印象しかありません。(今野氏と同年代

の同門の研究者の一人によると「今野さんは隠すのがうまい」とのことなので何かか隠されているのかもしれませんが、いずれ隠されているものを見てみたい気はします。) 筆者が今野氏にお会いしたのは、今野氏が確か M1 の学生だった 2014 年ごろ、古田幹雄先生に連れられて「4次元トポロジー」の集会に来ていたときが最初だった気がします。古田先生が直前のセッションの講演についてその講演そのものよりも高い集中度で解説されるのを、熱心に一言一句聞き逃すまいというご様子で聞かれていたのを思い出します。その後、今野氏には筆者が関係するセミナーや集会などで何度となく講演をお願いし、いつの頃からかそれらのオーガナイザーになってもらうことをお願いするようになり、おそらく近い将来「後のことはお任せします」と言って丸投げしたとしても「承知しました!」と言ってしれっとやって下さるんだろうなどと想像しています。

今野氏がこれからも世界をリードする研究者として活躍されることを切にお祈り申し上げます。