

# 授賞報告

## 2026年度日本数学会代数学賞

2026年度日本数学会代数学賞は、越谷重夫氏（千葉大学名誉教授）、山名俊介氏（大阪公立大学大学院理学研究科）に授賞されました。

### 越谷重夫氏「有限群のモジュラー表現論の研究」

越谷重夫氏は、有限群のモジュラー表現論において、ブロック理論、森田同値、Scott 加群の Brauer 直既約性、Alperin–McKay 条件など、多岐にわたるテーマで優れた業績を多数発表しています。とくに、有限群のモジュラー表現論における重要な問題である Broué 予想、Donovan 予想、Puig 予想の研究において大きな貢献をしています。



有限群の表現論は、大きく二つの場合に分けられます。標数が 0、あるいは有限群の位数を割らない体上での表現は「通常表現」とよばれ、この場合 Maschke の定理により群環は半単純となり、すべての加群が単純加群の直和に分解されます。これに対して、標数が群の位数を割る体上の表現である「モジュラー表現」では群環は半単純とならず、より複雑な構造をもつ加群の解析が必要となります。歴史的には、Frobenius による指標理論の導入から始まり、Maschke の定理による通常表現論の基礎付け、Brauer によるモジュラー表現論の展開を経て、有限群の表現論は有限群の分類に大きな役割を果たしてきました。モジュラー表現における Brauer の哲学は「正標数  $p$  の体上での有限群の表現は、その  $p$  局所的な表現の情報（ $p$  部分群やその正規化部分群に関する表現の情報）によって統制される」というものであり、この考え方に基いて McKay 予想、Alperin の重み予想、Brauer の高さ 0 予想、Broué 予想などが提唱されました。

1980 年代後半に提唱された Broué の予想は、可換不足群をもつブロックが  $p$  局所部分群の対応するブロックと導来圏同値になるという主張であり、有限群のモジュラー表現論における最重要課題の一つとして、越谷氏の研究の中心となるものです。1989 年の Rickard および 1998 年の Rouquier による巡回不足群をもつブロックでの Broué 予想の解決に続き、2002 年に越谷氏は位数 9 の初等可換群を不足群にもつ主ブロックについての Broué 予想の解決を発表しました。巡回不足群をもつブロックは有限表現型であるのに対し、位数 9 の初等可換群を不足群にもつブロックは無有限表現型の wild 型であり、大変大きな成果であるといえます。その後から 2010 年代半ばにかけて、越谷氏は位数 9 の

初等可換群を不足群にもつ散在型単純群の非主ブロックに対して、Broué 予想の検証例を多数構成しています。また、Broué 予想や後述の Puig 予想に関する研究において、Scott 加群が Brauer 直既約性をもつことを示すことが重要となりますが、近年の越谷氏の研究では、準二面体 2 群 (2021 年)、リース 2 群 (2021 年) を vertex にもつ Scott 加群の Brauer 直既約性を示すことに成功するなど、予想の解決に向けて大きく貢献する成果を発表し続けています。

$p$  局所的情報がブロックの森田同値類の情報を統制するのではないかとという観点で重要な予想として、Donovan 予想、Puig 予想があります。与えられた不足群に対し森田同値、splendid 森田同値を除いたブロックの数は有限であると主張する予想であり、Broué 予想と並んで有限群のモジュラー表現論における中心的課題の一つとなっています。越谷氏はこれらの予想に関する研究でも優れた成果を得ています。その一つとして、位数 9 の初等可換群を不足群にもつ主ブロックにおける Donovan 予想の解決があげられます。また、近年では、Donovan 予想よりも強い Puig 予想に関し、Lassueur や Sambale らとの国際共同研究により、二面体群 (2020 年)、一般四元数群 (2020 年)、準二面体群 (2022 年) を不足群にもつ主ブロックに対し Puig 予想の解決に成功し、さらに中心拡大に関する理論を整備し、リース 2 群を不足群にもつ主ブロックに関する Puig 予想の解決 (2024 年) にも成功するなど、研究を大きく進展させる重要な成果を得ています。

有限群の表現論は、群環という有限次元多元環の表現論の特別な場合として位置づけられます。モジュラー表現論におけるブロック理論や射影加群の解析は、多元環の表現論における一般的枠組みと深く結びついています。さらに Broué 予想や Donovan 予想は、群環のブロックを森田同値や導来圏同値の観点から分類しようとする試みであり、これは有限次元多元環の表現論における中心的課題とも重なっています。したがって有限群の表現論における越谷氏の貢献は、多元環の表現論やホモロジー代数など周辺分野へも影響を及ぼしているものといえます。

越谷氏は研究者の育成にも精力的に取り組んでおり、多くの学位取得者を輩出しています。自身の学生に限らず、国内外の研究集会で若手研究者等に積極的に助言を行い、その学術的成長を支援してきました。また、国際的な共同研究・研究交流も活発に行い、国内外の研究をつなぐ橋渡し役として重要な役割を果たしてきました。これらの活動を通じ、主導的な立場からこの分野の発展に大きく貢献してきたことは特筆すべき点であります。

以上のように、越谷氏の有限群のモジュラー表現論およびその周辺分野における貢献は非常に大きく、代数学賞受賞にふさわしいものです。

## 山名俊介氏「保型形式とその $L$ 函数の研究」

保型形式は現代の数論において、最も重要な研究対象の一つである。保型形式自体が興味深い対象であると共に、それに付随する保型  $L$  函数を媒介として、様々な数論的対象物の研究と関連している。

山名俊介氏は、保型形式とその  $L$  函数の研究において、いくつもの顕著な貢献をしてきた。彼自身の研究手法は表現論的であるが、古典理論にも精通していることが彼の強みの一つである。また、彼の論文は数学的表現及び論旨の展開が極めて明快であるという定評がある。



山名氏の業績は多岐にわたるが、その主たるもののいくつかについて簡単に説明する。

保型  $L$  函数の研究においては、保型  $L$  函数の積分表示を発見することが研究の端緒になる場合がほとんどであり、解析接続や極の存在の考察といった解析的性質だけでなく、保型  $L$  函数の特殊値の代数性のような算術的な性質も積分表示から導かれる。Rankin (1939), Selberg (1940) を嚆矢とする Rankin-Selberg method は、有力な積分表示の方法である。  $GL(n) \times GL(m)$  の場合については、1970–80年代における、Jacquet, Piatetski-Shapiro と Shalika による一連の論文及び Mœglin-Waldspurger (1989) によって理論は一応の完成を見、現在広く応用されている。一方、Rankin-Selberg method に並ぶ主要な積分表示の方法として、doubling method と呼ばれるものがある。これは、1980年代に Piatetski-Shapiro と Rallis によって導入された、Siegel Eisenstein 級数を用いて、単純古典群の standard  $L$  函数の積分表示を得る方法である。リーマンのゼータ函数が Euler 積に分解するように、保型  $L$  函数は局所体上の局所  $L$  函数のすべての素点にわたる Euler 積として与えられる。有限個を除いた有限素点是不分岐素点であり、不分岐素点上の局所  $L$  函数は、不分岐なデータから組合せ論的に計算される。不分岐素点上の局所  $L$  函数のみの積をとった部分  $L$  函数からも色々わかることはあるが、分岐素点上の局所  $L$  函数を把握することなしには、不完全な理解しかできない。Lapid-Rallis (2005) は、分岐素点における局所  $L$  函数及び局所  $\varepsilon$  因子を、局所  $\gamma$  因子を用いて定義した。山名氏は [7] において、doubling method における局所ゼータ積分から得られる局所  $L$  函数及び局所  $\varepsilon$  因子が、Lapid-Rallis の定義したものと一致することを示し、doubling method による古典群の standard  $L$  函数の局所理論を完結させた。さらに、それらを用いて、大域的テータ対応の非消滅と大域的  $L$  函数の解析的性質（特殊値の非消滅、極の存在）の関係、及び、局所テータ対応における類似の問題を完璧に解明した。Doubling method による積分表示は数論の様々な方面で用いられており、この結果は現在、多くの重要な局面で応用されている。論文 [7] に先立ち、論文 [6] をはじめとする数篇の論文において、山名氏

はテータ対応における最重要公式である Siegel-Weil 公式の、特に四元数ユニタリ群の場合について、深い結果を得ていた。論文 [7] は、これら一連の研究の一つの結実点と言うこともできる。

保型形式の部分群上での積分は、保型形式の周期と呼ばれ、保型  $L$  関数と密接な関係がある。市野篤史氏との共著論文 [2], [3] は、現在の保型  $L$  関数論の中心的課題の一つである、函数等式を中心での値に関する Gan-Gross-Prasad 予想と深く関連した、正規化された周期についての考察を行った重要な論文である。近年の保型  $L$  関数論における最大の結果の一つとって過言でない、Beuzart-Plessis, Chaudouard, Zydor (Publ. Math. Inst. Hautes Études Sci. **135** (2022)), Beuzart-Plessis, Chaudouard (Forum Math. Pi **13** (2025)) による、ユニタリ群の場合の Gan-Gross-Prasad 予想及び市野-池田予想の完全解決においても、論文 [2], [3] の結果は重要な役割を果たしている。

ある群の保型形式から別の群の保型形式を構成するリフティングの理論は、保型形式研究の中心的課題の一つである。山名氏は指導教員の池田保氏による池田リフティングの、四元数ユニタリ群への拡張を目標に研究活動を開始した。修士論文は [5] として公開されたが、この研究に関連して半整数楕円保型形式やジーゲル保型形式についての興味深い結果を得、いくつかの論文を出版した。池田リフティングについては、後年、単著論文 [8] 及び池田氏との共著論文 [4] によって、Hilbert 保型形式への拡張・一般化を証明した。古典理論の深い理解に根ざした表現論的考察が見事に展開されている。

近年、山名氏はそれまでの研究の方向をシフトし、Ming-Lun Hsieh 氏との高階数代数群保型形式の岩澤理論、特に  $p$  進  $L$  関数の構成についての研究を精力的に行っている。これまでに、[1] を含む数篇の論文を出版している。楕円保型形式の岩澤理論的研究は、数論にいくつもの重要な帰結をもたらし、大きな貢献をしてきた。それと同様に、高階数代数群保型形式の岩澤理論も、今後の数論の発展に大いに寄与すると期待される。高階数の場合の困難さは、保型  $L$  関数の解析的性質を解明する困難さによるところが大きい。その点において、保型  $L$  関数の解析的性質の研究の第一人者である山名氏と保型  $L$  関数の  $p$  進的手法による研究の第一人者である Hsieh 氏は、大変に強力な共同研究チームを構成する組み合わせであるといえる。さらなる顕著な研究成果が期待される。

以上に述べたように、山名俊介氏の保型形式と保型  $L$  関数に関するこれまでの研究業績は極めて顕著であり、これからも更なる発展が期待される。代数学賞を受賞するのに誠に相応しいものである。

#### 主要論文：

1. M-L. Hsieh; S. Yamana, *Five-variable  $p$ -adic  $L$ -functions for  $U(3) \times U(2)$* . Adv. Math. **476** (2025), Paper No. 110355, 87 pp.

2. A. Ichino; S. Yamana, *Periods of automorphic forms: the case of  $(\mathrm{GL}_{n+1} \times \mathrm{GL}_n, \mathrm{GL}_n)$* . Compos. Math. **151** (2015), 665–712.
3. A. Ichino; S. Yamana, *Periods of automorphic forms: the case of  $(\mathrm{U}_{n+1} \times \mathrm{U}_n, \mathrm{U}_n)$* . J. Reine Angew. Math. **746** (2019), 1–38.
4. T. Ikeda; S. Yamana, *On the lifting of Hilbert cusp forms to Hilbert-Siegel cusp forms*. Ann. Sci. Éc. Norm. Supér. (4) **53** (2020), 1121–1181.
5. S. Yamana, *On the lifting of elliptic cusp forms to cusp forms on quaternionic unitary groups*. J. Number Theory **130** (2010), 2480–2527.
6. S. Yamana, *On the Siegel-Weil formula: the case of singular forms*. Compos. Math. **147** (2011), 1003–1021.
7. S. Yamana, *L-functions and theta correspondence for classical groups*. Invent. Math. **196** (2014), 651–732.
8. S. Yamana, *On the lifting of Hilbert cusp forms to Hilbert-Hermitian cusp forms*. Trans. Amer. Math. Soc. **373** (2020), 5395–5438.

(代数学賞委員会委員長 志甫淳 東京大学大学院数理科学研究科)