

書 評

数学の世界地図

古賀真輝 著，株式会社 KADOKAWA，2023 年

ZEN 大学知能情報社会学部

梅崎 直也

「数学者は一体何を研究しているのだろう」「大学で数学を専攻するとどのようなことを学ぶことになるのか」—数学を専門としているとしばしばこのような質問を受ける．本書『数学の世界地図』は，そのような疑問に答えるべく，数学の広大な世界を分かりやすく紹介した一冊である．

著者の古賀真輝氏は整数論を専門とし，大学院卒業後は中学高校の教員を務めている．また，学生時代から YouTube でも活発に活動しており，「分かりやすさ」より「厳密さ」をモットーとした数学解説チャンネルを運営している．YouTube で数学の解説動画を発信しているチャンネルも少なくないが，その中でも登録者数が多く人気のチャンネルである．古賀氏のチャンネルでは，大学入試問題の解説や線形代数，群論，さらに専門性の高いトピックまで高校生や大学生に向けた幅広い内容を扱っている．中でも最も再生回数が多いのが「数学にはどんな研究分野がある？ 数学の世界地図を一枚に描いて紹介してみた！ What Research Fields Are There in Math? [The Map of Mathematics]」と題した動画で，2025 年 4 月現在で 81 万回以上の再生数を誇る．本書はこの人気動画の内容を大幅に拡充させたものであり，YouTube での約 20 分の動画では数学の全体像を俯瞰するに留まるが，本書では各分野の内容について，より詳細な解説がなされている．

本書はタイトルに「地図」とあるが，本書は単なる地図というよりは数学という広大な世界の観光ガイドブックという方がその内容にふさわしい．各項目が，歴史的背景や他分野への応用，基本的な概念の説明，典型的な例の紹介，重要な未解決問題など，さまざまな側面から解説されている．また，高校生程度の知識で理解できる具体例が多く取り上げられ，さらに豊富な図表やイラストによって視覚的な理解を促す工夫もなされている．さらに，その名の通り異なる分野間のつながりを意識的に示している点も，本書の大きな魅力だ．特に数学科に進学しようと考えている高校生や，すでに大学で数学を学び始めたが全体像をつかみたい学生にとって，大学の数学科でどのような分野を学ぶことができるのかを具体的にイメージできる点は，本書の大きな価値の一つである．こうした読者の目線に立った話題の選び方と分かりやすい解説が可能なのは，実際に現場で高校生に向けて数学を教えている著者の経験があればこそだろう．

本書の構成は以下の通りである。第1章では数学がどのような学問であるかの概説に加え、第2章で紹介される各分野の概観、そして数や集合、写像といった数学の基礎的な概念の解説がなされている。

第2章が本書のほとんどを占め、代数学、幾何学、解析学、数学基礎論、応用数学の5つの大きな分野に分けて解説されている。

第1節では代数学が取り上げられ、線形代数、群論、環論、体論、整数論、代数幾何学、数論幾何学、表現論について解説されている。この節で特に印象的なのは、「回転」という一つの概念が、各分野でどのように扱われるかを具体的に示している点だ。例えば、線形代数では平面における120度回転を線形写像の例として解説し、群論では3次対称群の要素として捉え、環論では対称式と関連させて説明し、さらに体論では3次対称群をガロア群とするガロア拡大の例を紹介し、表現論においても回転が3次対称群の表現の例を与えることを説明している。同じ「回転」という概念が数学の各分野でどのように姿を変え、異なる視点から考察されるかを示すことで、数学のさまざまな分野の結びつきを読者に自然と感じさせる工夫がなされている。また、有名なリーマン予想、フェルマーの最終定理やバーチ・スウィンナートン＝ダイアー予想(BSD予想)といった話題にも触れられており、現代数学の最前線の問題にも自然と触れることができる。

第2節では幾何学が扱われ、位相空間論、多様体論、代数トポロジー、微分幾何学、微分トポロジー・低次元トポロジーについての解説がなされている。三葉結び目がその鏡像へ変形できないことを結び目の不変量であるジョーンズ多項式を用いて示す例が紹介されており、幾何学における不変量の考え方を具体例を通して捉えることができるとともに、分野のつながりを印象づける工夫もなされている。またポアンカレ予想についても触れられているが、そこではポアンカレ予想のみではなく幾何化定理についても触れられている。微分幾何の項で紹介されたリーマン計量を用いて幾何構造について解説し、このことによってポアンカレ予想についての入門的な説明としては一歩踏み込んだ説明がなされている。

第3節の解析学では、微分積分学、ベクトル解析、微分方程式論、複素解析学、フーリエ解析、ルベーグ積分論、確率論、関数解析学、力学系といった豊富な項目が取り上げられている。高校で学ぶ程度の微分積分についての解説から始まり、より高度で抽象的な理論へと解析学の各分野を紹介している。確率論の項におけるパーコレーションの例では、格子状に並んだ点をランダムに結んでいった時に、ある確率を境に無限に続く道が生じるという現象を紹介している。また力学系の項では、数列の漸化式という高校生にも身近な題材から初めて、ロジスティック写像の例など単純な式から予測不可能なカオス的振る舞いが生じる様子が紹介されている。このように高校で学ぶ程度の数学の知識からスタートして、現代数学の魅力的なトピックへと自然

に橋渡しする説明は、読者の知的好奇心を刺激するに十分である。

第4節の数学基礎論では、数理論理学、集合論、圏論といった分野が紹介されている。数学基礎論の項ではゲーデルの不完全性定理が紹介されているが、単にその主張だけを述べるのではなく、公理系やその無矛盾性、完全性について簡単な例とともに説明されている。また、集合論の項では集合の濃度について対角線論法が紹介されており、これらの話題を聞いたことはあるがその中身について詳しくないという読者が理解できるよう、丁寧に説明されている。

第5節の応用数学では、理論計算機科学、数値解析、離散数学、統計学、暗号理論といった分野が取り上げられている。理論計算機科学の項では $P \neq NP$ 予想についても紹介されている。こちらでも単にその主張だけを述べるのではなく、計算量や NP 問題についてもサーチアルゴリズムや合成数判定などの例とともに解説されている。また暗号理論の項では RSA 暗号の仕組みについてその数学的な内容まで含めて解説されている。

第3章では、これから数学を学ぼうとする読者に向けた、具体的な学習方法のアドバイスが記されている。大学での学習方法や、独学で数学を学ぶ際の指針など、読者の次のステップを支援する役割を果たしている。

本書の最大の魅力は、高校生程度の予備知識しか持たない読者への配慮が十分になされている点にある。各分野の説明においては、高校で学ぶ内容から自然に発展させる形で導入がなされ、それぞれの問題意識や発展の流れが読者に伝わるようになっている。また、有名な定理や未解決問題の説明においては、読者の理解度を配慮しつつ一歩踏み込んだ内容まで取り扱っているのも特筆すべき点である。これほど多くの数学分野が 300 ページという限られた紙幅でバランスよく解説されており、これまで専門的に数学を学んでいない読者が数学の世界の広がりを知るためにぴったりの一冊といえるだろう。

数学という広大な知の体系を一冊の書籍に収めることは極めて困難な挑戦である。しかし本書において著者は、高校生から数学に興味を持つ一般読者まで幅広い層に向けた「数学の世界地図」を見事に完成させている。著者が本書の元となった動画を作成したきっかけは、「The Map of Mathematics」という別の動画だったという。本書もまた、さまざまなバックグラウンドを持つ数学者や教育者たちによる「数学の世界地図」作成のきっかけとなり、さらに本書の読者が新たな「数学の世界」を切り開いていくことを期待したい。