会員ニュース

緒方芳子氏の朝日賞受賞に寄せて

東京大学大学院数理科学研究科

河東 泰之

緒方芳子さんが2024年度の朝日賞を受賞された。緒方さんは International Association of Mathematical Physics の2021年の Henri Poincaré 賞をはじめとして、多くの賞を取りまくっており、もはやお祝いの言葉を書くのが追いつかないくらいであるが、さらに一つ大きな賞が加わり、たいへんおめでたいことである。同賞は「学術、芸術などの分野で傑出した業績をあげ、日本の文化や社会の発展、向上に貢献した人に朝日新聞文化財団から贈られ」るもので、今回の授賞は2025年1月1日の朝日新聞1面で写真入りで発表された。今年度の受賞は4件、自然科学の業績がもう1件(谷口尚・渡辺賢司両氏のグラフェンの研究)があるほかは、芸能(真田広之氏)と音楽(今井信子氏)である。最近の数学での受賞は、2020年度の望月拓郎氏、2016年度の中島啓氏、2009年度の深谷賢治氏などがある。数理物理学では1999年度の神保道夫・三輪哲二両氏以来の受賞である。また1996年度には荒木不二洋氏が同賞を受賞しているが、緒方さんは量子物理学から生じる数学的問題を作用素環論の手法を用いて研究するという点で、大きな共通点がある。緒方さんは大学院生の時に荒木氏の講義を聞いてこの方面の研究を志したということだが、荒木氏は、京都大学数理解析研究所教授 → 朝日賞 → Poincaré 賞という順番なのに対し、緒方さんは Poincaré 賞 → 京都大学数理解析研究所教授 → 朝日賞という順番で、経歴にも共通点がある。

緒方さんが近年世界的に注目を集めている研究テーマは、量子スピン系による gapped Hamiltonian の分類問題である。緒方さんの研究内容についてはこれまで『数学通信』や『数学』に書いたので、ここではあまり深入りはしないが、量子スピン系とは $d \times d$ の複素数成分行列環 $M_d(\mathbb{C})$ の無限テンソル積である。また Hamiltonian とは数学的には単に行列環の中の自己共役行列である。ここで各 $M_d(\mathbb{C})$ は格子 $\mathbb{Z}^n$ の各点に乗っていると考え、 $\mathbb{Z}^n$ の各有限集合に対し、その有限集合上で $M_d(\mathbb{C})$ のテンソル積を取った行列環の中の自己共役行列を考える。この有限集合を大きくして行ったときの自己共役行列の列を無限テンソル積の Hamiltonian と考え、その振る舞いを研究対象にしている。多くの物理学者が考えている設定だと、これらの自己共役行列それぞれの最低固有値と、次に小さい固有値の間が常に一定以上常に離れていることを gapped と言い、この条件を保ったまま、自己共役行列の列について、連続変形で移り合えるという同値関係による分類を与えることが研究の目的である。この同値類を Topological Phase と呼び、この分類が物性物理学におけるきわめて重要な問題とされている。これらの行列が $M_d(\mathbb{C})$ 内の対称性(群作用)で不変な際に、その

不変性を保ったまま連続変形する問題も多く、物理学者が強い関心を持っており、自明な Topological Phase の中でのこちらの連続変形による同値類は SPT (Symmetry Protected Topological) Phase と呼ぶ。多くの物理学者は特に作用素環論を使わないでこの設定の研究をしているが、緒方さんの研究の特徴は、行列環の無限テンソル積として得られる無限次元の作用素環を直接取り扱うことである。上の設定で自己共役行列の列を作用素環の中で考えてもこれは収束しない。一方一般に、自己共役行列 H が一つあると、 $\exp(itH)$, ($t \in \mathbb{R}$) を考えることにより一径数ユニタリ群ができる。これを用いて $x \mapsto \exp(itH)x \exp(-itH)$ という、行列環の一径数自己同型群ができる。これの無限次元版を作用素環の上で考えると、適切な仮定の下で一径数自己同型群の列がちゃんと収束する。また Hamiltonian の gapped という性質もこの収束先の一径数自己同型群の性質としてとらえることができる。この設定の下で作用素環論の手法を用いて、gapped Hamiltonian の分類問題を研究することが緒方さんの特徴である。対称性が有限群で与えられて、格子の次元 n が 1, 2 のときの SPT Phase の分類が物理学者の予想通り、対称性を表す群のある cohomology 群で与えられること、格子の次元が 2 のときの Topological Phase たちが自然なテンソル積演算を持ち、組紐圏をなすことなどがしかるべき仮定の下で数学的に証明されており、これらが緒方さんの著名な結果である。この組紐圏の対象が粒子のような振る舞いを示し、物理でエニオンと呼ばれる準粒子に対応している。これらについてはほかのところで書いたので、詳しいことはここでは省くが、緒方さんはこの方面の研究をさらに驚異的なスピードで進展させており、この 1 年だけで arXiv に 4 本のプレプリントを載せるなど、その勢いは増すばかりである。その最近の研究内容は、有限群の作用が各 $M_d(\mathbb{C})$ ではなく 1 次元格子上の無限テンソル積全体に作用しているが、局所分解可能と呼ばれるよい分解性を持っている場合の研究、量子 Hall コンダクタンスの量子化の数学的証明とその量子化の程度を組紐圏のサイズでコントロールする研究、Symmetry Enriched Topological (SET) Phases と物理では呼ばれる、有限群が組紐圏に作用する同変版の場合の研究、開放系における 2 次元量子スピンの作用素環上の状態 (と呼ばれるある種の線型汎関数) から組紐圏への対応を調べる研究などである。この分野にはまだまだ多くの重要な問題があり、緒方さんのアイデア、技術が応用できる範囲は広大である。

一つの Hilbert 空間上の有界線型作用素のなす環で、* 演算と適当な位相で閉じているものが作用素環だが、このようなものを考えることは純粋に数学的な観点からも自然なことだ。(ノルム位相を考えた C^* 環と、作用素の強位相を考えた von Neumann 環の 2 種類のクラスがある。) これを分類しようとするのも通常の数学的な発想である。また作用素環自体にとどまらず、作用素環の自己同型、作用素環上の群作用、部分作用素環、作用素環上の加群、双加群などを研究しようとするのも普通の代数学から来る考え方であり、物理学からのインプットは特に必要ではない。しかし、上述の Topological Phase の分類などは、

数学の中にとどまっていたのではとても思いつかないような問題設定である。このような設定で数学的に厳密な分類理論が展開できるということは驚きである。2次元共形場理論の数学的研究にも似た点があるが、このような数学外部からの刺激によって数学が発展してきたことは、数学自身にとってもきわめて有益なものである。

緒方さんの研究領域は広く言えば数理物理学、もう少し限定して言えば作用素環論を用いた量子統計力学の研究であるが、数理物理学ということばは人によって指す範囲がかなり違う。もともとは英語の mathematical physics のように、physics が本体の名詞で mathematical は形容詞なのだから、数学的手法を用いた物理学の研究のはずである。つまり現実の物理現象を解明することが目的で、そのために数学を道具として用いることを指しているであろう。科学研究費の細目、キーワードでも「数理物理」という言葉は物理学の中にあり、数学の中にはないこともこのことに対応している。しかし、物理学の問題意識や技法から発展した数学的問題を純粋に数学的に研究している人たちもたくさんいて、そういった数学者の中には物理的な問題意識がまったくない人も少なくないが、そのような研究もしばしば数理物理学と呼ばれている。たとえば量子群を純粋な数学的興味だけから研究している数学者は世界中にたくさんいるし、別にそのこと自体は何も問題はない。数学は物理学とは別の基準による別の学問なので、数学として意義があればそれでよいのである。一方、物理的な意義に注目すれば、理論の重要性の基準は物理学であり、数学として厳密であるかどうか、高度な最先端の理論を使っているかどうかは別に問題ではない。たとえば超弦理論の分野で数学的に厳密でない理論はたくさんあるし、また特殊相対性理論の数学は当時の基準でも全然難しいものではないが、それらは物理学としての価値には影響しない。

だから、数理物理学と漠然と呼ばれている分野の研究は、数学、物理学のどちらかで価値を認められていればそれでよいと思うのだが、それだけでも簡単なことではない。へたをすれば、数学サイドからはあれは物理学であって数学ではないと言われ、物理学サイドからはあれは数学であって物理学ではないと言われかねない危険がある。その中で、物理的な価値と数学的な価値の両方の評価を得ることはたいへん難しく、数理物理学者と名乗っていてもこれを実現している人はかなり少ない。緒方さんはその数少ない実例の一人であり、物理学科出身で、博士号取得後はほぼ数学科に類する組織で研究、教育を続けながらこれを体現していることはすばらしい。1月30日にこの授賞式が帝国ホテルで行われたが、その際にも多くの理論物理学者が参加して、緒方さんの業績をたたえていた。去年猿橋賞を受賞した際に緒方さんは、「通常の物性物理の実験室で起きていることは、全て量子力学で説明できるべきであり、数学的手法で導き出していきたい」と語っていた。緒方さんはすでに世界的な指導者の一人だが、東京大学大学院数理科学研究科から2023年12月に京都大学数理解析研究所に移り、授業負担がなくなった現在、この目標を実現できる貴重な数理物理学者として、これからも活躍を期待したい。