

拡がる数学

整数論サマースクール

大阪大学大学院理学研究科名誉教授

伊吹山 知義

整数論サマースクールについて紹介記事を書くようにと、編集部から依頼があった。私はその創設に関わった者として依頼を受けたのであろう。その創設の頃のことを書きたいのだが、いささか個人的な思い出に話がながれるのをお許しいただきたい。

整数論サマースクール第一回を開催したのは、1993年7月であった。私が開催の提案をしたのは1992年7月のことである。当時、私はちょうど齋藤裕さんと「概均質ベクトル空間のゼータ関数の明示的公式」の研究をすませたところで、気分が高揚していた。この結果を駒場の清水英男先生が主催していたセミナーで2人が連続で講演し、その帰りに、齋藤裕さん、佐藤文広君、橋本喜一郎君と渋谷に食事に行った。その席で、私が前から考えていた、合宿セミナー「整数論サマースクール」を開始するのはいかがでしょうか、と提案したところ、みなに賛成していただき、私がプログラム概要を書き、講演を依頼し、会場の手配は橋本喜一郎君が早稲田の軽井沢セミナーハウスを押さえてくれて、翌年の開催にこぎ着けた。

私がこのような集会を提案したのは、二つの理由があった。一つ目の理由は、合宿研究集会への憧れである。当時、つまり1970年代、80年代には整数論に関する研究集会は、主として京大数理解析研究所で行われていた。これは代数的整数論、保型形式といった今のような分野別のものでなくて、なんとなく整数論周辺の話題でまとまって開催されるという雰囲気、整数論研究者が一堂に会する集会という認識だった。当時若かった私のような人間にとっては、先輩方や偉い先生方と知り合うチャンスでもあり、単に数学の研究の中身だけではなく、会の後に酒食にいざなってもらい、楽しい時を過ごすことも多かった。これ以前の集会で私が初めて参加したのは、修士2年の夏（1972年）に開催された、信州の木崎湖畔の合宿シンポジウムで、これは秋月康夫先生が来られていたので、谷口財団の関係だったのであろう。このときに、初めて東大以外の若手（齋藤裕さんなど）の研究者に出会った。仕切りのない大広間に、おのおの勝手に布団を敷いて雑魚寝、講演会場も同一の部屋、というちょっと変わった集会だったが、まだ研究などなにも始めていない身分だったとはいえ、そのゆるやかな雰囲気は、この世界は楽しい世界なのだな、と十分思わせるものであった。その後、1970年代なかばからは、城崎シンポジウムというのが始まった。この経緯は小田忠雄先生の「城崎シンポジウム記録」(<http://hdl.handle.net/2433/210225>)に詳しい。これは代数幾何学では現在も続いていると思うが、整数論では、土方弘明先生と、たぶんその周辺にいた齋藤裕さんとか吉田敬之さんとかが世話係になって、1978年、

79 年に開催している。これは桂小五郎ゆかりの「つたや晴嵐亭」に皆がいろいろな相部屋で宿泊して、昼の大広間が講演会場という、合宿形式であった。みな一堂に会して、夜に無駄話をするというのもなかなか楽しいものであった。中には「偉い先生と同室で、どうにも眠れなかった」と言っている若い人もいたが。しかし、この会は残念ながら 2 回で終わってしまった。主催者の先生からは、こういう世話はなかなか大変なんだよ、と言われた記憶がある。その後（これは小田先生の記録には書かれていないように思われるが）、小池正夫さんが 1993 年に一回城崎で主催しただけで、この合宿シンポジウムは終わってしまった。さて、1980 年代と今とでは、科研費の事情も全く異なり、旅費は全然潤沢ではなく、80 年代に九大教養部にいた私にとっては、20 人くらいの教室員の年間総予算が 200 万円くらいだったりで、もっぱら数理研の研究集会に出席するのだけが全国的な研究交流の場であった。それも出席者の世代も変わって、年上が年下を誘って食事に行くという雰囲気も少し薄れて、講演が終わると皆さっさと消えるという傾向も感じられた。私はそれ以前の時代のことを考えて、こういう傾向をどうにも寂しく思っていた。それで、とにかく合宿集会を行いたいとずっと思っていた。

サマースクールを開催したいと思った、もうひとつの動機は、まだ成書のない分野の入門書をつくることである。私が若いころは、そもそも入門書というものが全然ない分野も多かった。そのときに大いに役に立ったのが東大セミナーノートであった。たとえば、学部学生の頃に、整数論を勉強するのならば保型形式を勉強しないといけならしい、と先輩から聞かされていたが、そもそも保型形式の適当な教科書というのは、東大セミナーノートという手書き原稿を印刷したシリーズの、河田敬義編『一変数保型関数の理論』ぐらいしかなかったのである。この本は必ずしも読みやすい本ではないが、序文によれば、これは佐武一郎先生が 1956–57 年に東大で講義したノートのまとめであるそうだ。この講義自身は大変わかりやすかったと直接講義に出席した方から伺った。（志村五郎先生は保型形式を勉強するのならば Fricke–Klein を読むのがよいと言っていたと後から聞いた。しかし当時はこの世にコピー機などではなく、青焼き原盤の印刷機がある程度で、誰かが借り出せば他の人は読むことができなかった。）あるいは同じ東大セミナーノートの、佐武先生の『2 次形式の理論』『対称領域の正則埋め込みについて』とか、久保田富雄先生の『Eisenstein 級数の初等理論』、清水英男先生の『近似定理、ヘッケ環、ゼータ函数』とか、河田先生の編集となっている『多元環の整数論』などには大変お世話になったし、いまでも参照することがある。特に『多元環の整数論』は、実際には志村先生の主催で行われた駒場でのセミナーから生じたという事情が彼の書いた序文で説明してあり、そこでは「私達の初めの目的は、ある一つのテーマについて、参加者が協力して、ごく基本的な事柄から、かなり進んだ程度までを、皆が理解し、また実際に使用できる形にまとめ、これを記録に残したいということであった。」と記されている。実は私が内心思っていたのもこれであった。つまり上

で述べたようなノートを自分たちの世代でもつukれないかと思ったのである。我々がひとりで成書をつくれるとは、とても思えないが、みんなでやればなんとかなるのではないかと考えていた。

それで、以上のような思いから、少なくとも私の中では、整数論サマースクールの外せないと考える原則は2つあった。1つ目は合宿形式であること、2つ目はテーマをはっきり決めて、そのテーマに沿ってプログラムを作り、必ず報告集を出版すること。

さて、以上のような原則を立てたのちに、次に実行する方法が問題であった。一応、サマースクールと銘打っているので、参加者としては、大学院生以上を想定していた。当時は今と違って、インターネット自身は世の中に存在はしていたものの、どの大学でも不自由なく使えるような代物ではなかった。実際、私が1991年より在職していた大阪大学教養部でも、電話線接続の極めて扱いにくいスリッパ接続というものがあっただけで、ときどき途絶し、そもそも通信が確保されているのかどうかさえ、あまりはっきりとはわからなかった。(全国的に見れば、このようなものでさえ、どの大学にでもあったわけではないだろう。)これではどうにも困ると思って、私が個人的なツテで、当時埼玉大学にいた佐藤孝和君の協力をあおぎ、建物にイーサネットケーブルを張るのを業者に発注するところから初めて、サンマイクロシステムのスパークステーションを購入し、これをDNSサーバーとし自分の部局にインターネット環境を構築したのは、もう少し後の1994年のことになる。また、中村憲君が都立大学で始めた整数論メーリングリストのrsntは1992年によく発足したばかりで、これもまた、誰もが使用する常識的なスタンダードアイテムになるのは、もっと後のことだった。そもそもウェブページなどというものは、まだ日本にはなく、テキストベースのメールのやりとりがやっとできるかどうかと言うところだった。だから、今のようにインターネットに広告を出しておきさえすれば、参加者が集まるなどと言うことはなかった。そこで、各大学のめばしい整数論の研究者に郵便で連絡して、参加するのが適当と思われる大学院生をつのるということをした。講演者は整数論研究者の仲間たちがみな引き受けてくれた。これは、本人の研究内容を発表するのとはわけが違って、サーベイだからそれなりに面倒な部分が多く、また報告集も書かなくてはならないので、苦労も多かったと思うが、故荒川恒男君をはじめとして、みなとても協力的だった。

翌年からは、毎年主催者もかわり、それにあわせて、宿泊施設も全国いろいろなところを巡るというのがいつしか原則になった。当初は大学院生用だからということで3食付きで7500円程度の宿泊施設という、今では到底考えられないような値段設定で行動していたが、当然ながら昨今これは非常に高騰している。また、出席する大学院生の旅費は主催者側では支給せず、必要ならば自分の指導教員にお願いしてもらうというのを原則にした。講演者の旅費については、当時の仲間のおもだった研究者は、みな科研費をもらっていたので主催者が悩む必要はなかった。報告集の印刷代は、実は当時はまだオフセット印刷が一般

的ではなく単価が今よりかなり高かったのだが、最初の報告集は当時の科研費「総合研究 A」を持っていた森田康夫さんの協力をあおぎ、それ以降も周辺の誰かの科研費でまかなった。最初の頃は勝手がわからなくて、毎回一定程度いるドタキャンの人の宿泊キャンセル料をどうするかとか、知らない人たちの集団での宿泊だから、妙な人（泥棒とか）が紛れ込んだらどうしよう、とか、ちょっと微妙なことまでいろいろ心配したのだが、まあ今までのところ大過なくできているようである。

初回は 61 名の参加だったのが、一時は参加者が 100 人を超えている。私は、こういう集会の開催は、新しいことを始めるのは、静止摩擦も大きくて、それなりに苦労もあるが、始まってしまえば慣性の法則でしばらくは続くだろう、まあ 10 年くらいは続くかな、と思っていたのだが、積極的な後継者が毎年現れて、なんと昨年は 31 回目となり、本年 2025 年、32 回目の準備も進んでいる。いまや若い人にとって、他大学の知らない人との思いがけない数学的、私的出会い、ないしは簡単な発表の場として、また興味ある分野の集会を主催する場として、大きな役割を果たしていると信じている。長い間、毎年出席し続けた人もいて、何かのお酒の席で「私の青春は整数論サマースクールとともにあった」という台詞を聞いたときには、そんな人もいたのかと、ちょっとびっくりもし、またうれしくもあった。

宿泊集会という原則は、コロナ禍を境に、現在崩れてしまっているが、そのうち誰かの手で復活されるものと思っている。2 つ目の原則の、報告集を作成するという点については、歴代の主催者、講演者のご尽力により、ごく例外的な回を除いては、実行できているのは心強い。数多くの参加者にもあわせて感謝したい。サマースクールのテーマは、最初のうちは主たる関係者が保型形式関係だったこともあって、そちら方面のテーマが多かったが、もともと「整数論」と銘打っていたのは、やがてもっとひろい分野に移行するだろうなと思っていたからで、実際、RIMS の集会で言えば保型形式、代数的整数論、解析的整数論の研究集会に含まれる主題のどれかが数多く主催されて来た。サマースクールの紹介というからには内容の紹介をすべきなのであろうが。これは非常に多岐にわたっており、内容自身を紹介するのは冗長でもあり、また不可能に近いかとも思う。現在、報告集はすべてデジタル化されており、以下のウェブページで誰でも簡単に手に入れることができる。

報告集第 1 回から 9 回、12 回、16 回は大阪大学の私のウェブページ

<http://www4.math.sci.osaka-u.ac.jp/~ibukiyam/proceedings.html>

それ以外の報告集は新潟大学の星明考君のウェブページ

<http://mathweb.sc.niigata-u.ac.jp/~hoshi/NumberTheorySummerSchool.html>

にある。以上の報告集はなかなか力作が多いし、単に縦のものを横にしたのではない、新しいまとめや観点も多数含まれている。正直言って、これらの報告集の内容を全部理解するのはかなり難しい。自分が出席していた集会の記録でも、こんな話があったのだなど、もはや忘れていることも多く、なかなか勉強になる。たとえ数十年前の報告集でも、今でも

十分役立つと思うので、是非ご参照ください。各回の主題のタイトルだけを一応下記にリストアップしておく。これらの主催者や開催場所は、ウェブの報告集やその序文には記載されているし、間違いがあってもいけないので、ここでは省略したいと思う。

- 第 1 回：アイゼンシュタイン級数について
- 第 2 回：志村多様体と保型形式
- 第 3 回：等質空間と保型形式
- 第 4 回：Weil 表現入門
- 第 5 回：Siegel 保型形式入門
- 第 6 回：楕円曲線とその Arithmetic Moduli
- 第 7 回：代数群の整数論入門
- 第 8 回：半整数ウェイトの保型形式入門
- 第 9 回：ゼータ関数
- 第 10 回：概均質ベクトル空間
- 第 11 回：岩澤理論
- 第 12 回：基本群と Galois 表現
- 第 13 回：Hilbert 保型形式
- 第 14 回：Diophantine Equations
- 第 15 回：種数の高い代数曲線と Abel 多様体
- 第 16 回：保型 L 関数
- 第 17 回： l 進ガロア表現とガロア変形の整数論
- 第 18 回：アーサー・セルバーグ跡公式入門
- 第 19 回：保型形式のリフティング
- 第 20 回：Stark 予想
- 第 21 回： p 進簡約群の表現論入門
- 第 22 回：非可換岩澤理論
- 第 23 回：志村多様体とその応用
- 第 24 回：保型形式の p 進 family 入門
- 第 25 回：楕円曲線とモジュラー形式の計算
- 第 26 回：多重ゼータ値
- 第 27 回：構成的ガロア逆問題と不変体の有理性問題
- 第 28 回：モジュラー曲線と数論
- 第 29 回：組み合わせ論的遠アーベル幾何学
- 第 30 回：概均質ベクトル空間論の発展
- 第 31 回：超越数論

さて、本来依頼された主題とは少し外れるが、この場を借りて、整数論サマースクールの後日談を少し書きたい。第5回整数論サマースクールのあたりで、当初の主催者達は50歳にさしかかり、そろそろ相部屋の安い施設での合宿も辛くなり、主催者の世代交代もあり、私自身は少々疲れてきた。それで、年齢にふさわしいそれなりの施設で、建前にこだわらず、すごく狭い範囲でもかまわないから、主催者が気に入った主題で勝手な勉強会をやるのはどうか、と思って、サマースクールとは別に整数論オータムワークショップを立ち上げた。このときに宿泊施設はどこにするか考えたのだが、人に話すうちに佐藤文広君が安曇野がいいと思うと意見をくれ、それで、白馬の宿泊エージェントにいくつか施設を紹介してもらうことにした。条件は、数学の講演を行うのに適した会場があることで、普通、合宿施設というと、スポーツ系の施設になって、勉強には向かない施設も多いということは知っていたからである。そこで実際に候補を見学にでかけてみたところ、白馬ハイマウントホテルという40室あるペンションが音楽系の集会もやっているということで、グランドピアノも集会場もあって、なんとなくぴったりの感じがした。それで、そこに決めた。こちらは1998年が第一回で、主題とプログラムは主催者（つまり私）が勝手に決めて、にもかかわらず、みなさん講演によく協力していただき、また外国人も呼んだのだが、ホテルは料理も非常に好評で参加者に喜んでもらえた。また周囲の自然環境もよかったので、ホテルはここに固定することになった。それでいつしか白馬ワークショップとも呼ばれるようになった。2回目からはホテル側が6面ホワイトボードを組み立てて、大きな白板を作ってくれて、これもよかった。4年目にはJSPSのプログラムで日独セミナーという形のワークショップも行った。安価で良質なこのホテルには大変お世話になった。そうこうして、いろいろな人の手で20年くらい続けていたのだが、しかし、ちょうどコロナ禍の前にホテルオーナーが変わるなどの事情もあって、合宿は現在ではやめており、また会の趣旨は多少変わったようだが、若い世代が大学での開催を続けている。こちらは報告集は作ったり作らなかったりだが、作成したものは前記と同じ私のウェブにおいてある。

さて、そうこうするうちに、代数的組合せ論とか、頂点作用素代数とか、物理数学とかの方で、保型形式関係の話が増えてきた。また保型形式プロパーの研究集会は、なんとなく主題が狭くなりすぎているような気がしてきた。それで、私は2002年に保型形式周辺分野スプリングコンファレンスというのを立ち上げた。場所は浜名湖カリアックという商工会議所の宿泊施設で、もともと研修用の施設だから、その意味ではぴったりだった。これは分野が広がった感を強調するのに、齋藤恭司、坂内英一、宮本雅彦の三氏にも主催者に名を連ねていただき、こちら、3、4回目には国際研究集会も開催した。これで当初考えていた所期の目的は達したので、終了している。こちらの報告集も上記と同じ私のウェブで、この原稿の出版にあわせて公開する予定なので、ご活用いただければ幸いである。