

松澤陽介氏の令和6年度科学技術分野の 文部科学大臣表彰若手科学者賞受賞に寄せて

早稲田大学教育・総合科学学術院
安福 悠

松澤陽介氏（大阪公立大学大学院理学研究科 准教授）が「ディオファントス幾何からの視点による数論力学系の研究」により、令和6年度科学技術分野の文部科学大臣表彰若手科学者賞を受賞されました。心よりお祝い申し上げます。松澤氏は2019年に東京大学で寺杉友秀先生のご指導のもと学位を取得されたのち、東京大学大学院数理科学研究科での学振PDとブラウン大学での海外学振を経て、2021年4月に立教大学助教に着任され、2022年10月より現職に就かれています。彼がD1のときに世話人をされた第14回城崎新人セミナーに、私を講演者として呼んでくださった頃から、ご活躍ぶりを見てきていますので、今回の松澤氏のご受賞は嬉しい限りです。

松澤氏が研究されている「数論力学系」とは、代数多様体上から自分自身への有理写像 ϕ の n 重合成 $\phi^n = \underbrace{\phi \circ \dots \circ \phi}_n$ を考えて、その離散力学系の何らかの漸近的な数論的性質を分析する分野です。有理型関数の多重合成を考察する複素力学系には100年以上の歴史がありますが、数論力学系は40年ほどの歴史しかなく、しかも結果の殆どは代数多様体を \mathbb{P}^1 とした場合（つまり自己写像は有理関数）です。松澤氏は、射影代数幾何の理論や極小モデル理論などを駆使することで、2次元以上の代数多様体の数論力学系で顕著な業績をあげられてきています。特に、川口周氏と Joseph Silverman 氏が2011年頃から提唱し出した「川口・シルバーマン予想」の解決へ向けて精力的に取り組まれています。

川口・シルバーマン予想とは、代数多様体 X 、有理写像 $\phi: X \dashrightarrow X$ 、代数体上定義される有理点 $P \in X$ の3つ組 (X, ϕ, P) に対して定義される「数論的度数」と呼ばれるものに関する予想です。数論的度数は、点 P の軌道 $P, \phi^2(P), \phi^3(P), \dots$ の数論的複雑さ（高さ関数と呼ばれるもので計算する）の漸近的性質を測ります。川口・シルバーマン予想にはいくつかの主張があり、まず数論的度数が極限としてそもそも well-defined であることから始まり、一番の中心部分は「点 P の軌道が Zariski 稠密ならば、数論的度数は力学系次数と一致する」という主張です。力学系次数は、 P に依らずに定まる幾何学的不変量で、何通りかの定義方法がありますが、例えば、 ϕ が誘導するコホモロジー写像の固有値を通して定義することができます。

数論力学系の研究の中心である \mathbb{P}^1 の場合では、川口・シルバーマン予想は自明です。したがって、この予想に取り組むには、これまでの数論力学系の研究以上に代数幾何の知見が必要不可欠となります。整数論の世界から見るとまだ歴史が浅い予想ではありますが、国際的に大注目される予想となっており、早い段階から着目してきた松澤氏の研究の選球眼

の良さを物語っています。

これまで松澤氏が解決に携わられた川口・シルバーマン予想は、曲面の場合、森夢空間の場合、準アーベル多様体の場合、 $\phi^*H - H$ が ample となる ample 因子 H があるような有理連結多様体の場合などがあります。使っている道具も幅広く、曲面の分類論や極小モデル理論、Meng 氏と Zhang 氏により最近開発された、写像に対して同変な極小モデル理論、Beauville–Bogomolov 分解などを活用されています。単独の研究もありますが、柴田氏、佐野氏、Meng 氏、Zhang 氏、吉川氏、Silverman 氏など多くの研究者との共同研究にも取り組まれています。

最近では、さらに研究テーマの幅を広げられ、川口・シルバーマン予想の解決そのものではない数論力学系の分野でも成果を挙げられています。例えば、Favre 氏により分析された、スキーム論的漸近的重複度を活用することで、軌道上の局所高さ関数の漸近的挙動を調べ、軌道上の整数点の少なさを示しています。Xie 氏との共同研究では、Xie 氏の数論的度数に関する最新理論を活用する形で、「Zariski 稠密となる軌道が存在する」という 2000 年代初め頃から考えられている問題を部分解決しています。また、新しい問題提起もされていて、Bell 氏と Satriano 氏との共同研究では、「 ϕ ごとに n_0 が存在して、 $\phi^n(x) = \phi^n(y)$ が成り立つならば必ず $\phi^{n_0}(x) = \phi^{n_0}(y)$ かどうか」を調べる「力学系的消去問題」を、佐野氏との共同研究では、 $\phi(Y) \subseteq Y$ を満たす部分多様体 Y の多重合成による逆像の有理点はいずれ安定的になるかという「逆像問題」を提案し、 p 進一様化などを用いて分析しています。数論力学系以外でも、鈴木雄太氏との共同研究では、Fano 超曲面上の adelic 点の近傍に含まれる有理点の個数の平均値の漸近公式を、格子の逐次最小値や解析数論的な議論で求めています。

最後に、松澤氏の人柄についても触れておきます。2021 年の夏、私は「八王子数論セミナー」という勉強会の事務的世話人を務めている関係で、セミナー室と宿泊部屋を一定数確保していたのですが、まだメーリングリストで参加者を募る形で合宿形式の勉強会を実施できるような社会状況では到底ありませんでした。そこで、やんわり断られるだろうなと思いつつも、松澤氏に、勉強会を開きたいテーマがあるかどうか聞いてみました。するとすぐに、曲線上の有理点の一様有界性に関する Dimitrov–Gao–Habegger の論文 (Ann. of Math.) の提案があり、同時に、勉強会の参加者 (= 発表者) を 10 人弱、博士課程の学生やポスドクを中心に集めてくださいました。この実行力のおかげで、私にとっても大変有意義な勉強会になりました。そもそも、数論力学系の分野が日本でより活発になったのも、松澤氏の研究力、発信力、人望によるところが大きいです。現在もセミナーなどを通して、新しい論文に関して考え方を分かりやすく説明・紹介するのみならず、プレプリントの重大欠陥を修正する方法などまで惜しみなく、他の参加者に伝えてくださっています。今後も、数論力学系の分野の中心プレーヤーとして、ご自身の研究業績は勿論のこと、参加する研究者もどんどん増えていくようなご活躍を期待しています。