

# 熊谷隆氏の文部科学大臣表彰科学技術賞受賞によせて

京都大学数理解析研究所

David Croydon

翻訳：京都大学数理解析研究所

梶野 直孝

早稲田大学理工学術院教授の熊谷隆氏が、複雑な系の上の異常拡散現象の研究で本年4月に文部科学大臣表彰科学技術賞を受賞されました。この場をお借りして皆様にご報告をお届けできることを嬉しく思います。熊谷氏のご自身が卓越した研究業績を挙げるだけにとどまらず日本の確率論研究やさらには数学界全般を第一線で主導してきておられ、氏の功績は此度の受賞にこの上なく相応しいものです。

読者の方の多くがご存じのように、熊谷氏<sup>1</sup>は長年にわたり優れた業績を挙げ続けています。その自然な帰結として、『数学通信』に熊谷氏ご受賞の報告がよせられるのは今回が初めてではありません。氏の日本学術振興会賞および井上学術賞ご受賞の際に氏の先輩筋に当たる楠岡成雄氏、重川一郎氏からよせられたお祝いのお言葉 [9, 10] からは、熊谷氏がどのようにして今日の研究者としてのお姿を体現されるに至ったのか、その様子を感じ取ることができます。さらに熊谷氏が Humboldt 賞を受賞された際には、氏の2018年までの研究業績、特に劣 Gauss 型熱核評価に関する貢献についてのより詳細な概説が氏の後進の研究者である梶野直孝氏 [6] により述べられています。

これらの経緯を踏まえ、ここでは熊谷氏より最近の業績に焦点を当てることにします。筆者のことを知らない読者の方のために筆者の熊谷氏との関係を述べておきますと、筆者は熊谷氏の多数の共同研究者のうちの1人であり続けてきたという幸運に恵まれ、20年近くにわたる熊谷氏との研究活動を大いに楽しんできました。この記事だけで氏の研究業績全般を公平に扱うことはもちろん不可能ですし、氏の研究に関する筆者の知識には当然筆者なりの見方というものがありますが、それでも何とか氏の研究全般の学術的重要性の雰囲気のようなものをお伝えしてみたいと思います。

熊谷氏の此度の受賞の根拠となった研究テーマは、電子や熱の伝導に代表される物理学の諸問題に動機付けられています。背景として、Euclid 空間内の適切に滑らかな領域における拡散過程の挙動は昔からよく分かっています。実際、(確率過程としての) Brown 運動を用いて拡散する個々の粒子の運動が、Gauss 型確率分布を用いて総体としての粒子密度がそれぞれ記述できることは統計力学における古典的知識であり、これらは数学的にも極めてよく分かっている対象です。同様の現象が媒質の微視的な変形の存在下でも観察できることを「均質化 (homogenisation) が起こる」と言いますが、そのためのより一層頑強な条件を与えることは過去40年にわたって確率論および解析学の主要な研究分野の1つであ

---

<sup>1</sup> 訳註：原文では熊谷氏に対する呼称は“Takashi”となっていたが、原著者にも相談した上で訳文では前後の内容に合わせて「熊谷氏」または「熊谷先生」と記載することにした。

り続けてきました。加えて今から 40 年余り前には物理学者らにより、あらゆる媒質が同種の挙動を示す訳ではないこと、特に媒質の不規則性が十分強い場合には環境中の障害により粒子が一定の距離に到達するのに Euclid 空間の場合より真に長い時間を要するといういわゆる「劣拡散的」な挙動が観察されることが認識されていました。この現象を研究するために用いられる数学的モデルとしては、臨界確率におけるパーコレーションクラスター上のランダムウォークが重要な例とみなされています。こうしたモデルは今日でも非常に難しい研究対象なのが現状ですが、その理解に向けた営みは膨大な量の研究活動を触発してきました。

熊谷氏の研究業績は多岐にわたりますが、その中でも前段落で触れた両研究分野、すなわち均質化問題および劣拡散的確率過程に関する研究において重要な寄与を果たされています。まず均質化問題について取り上げることにしますと、上でも触れたように、この研究分野の基本的な目標はある乱雑な媒質中を動く確率過程 — 多くの場合ランダムグラフ上のランダムウォーク — がスケール極限で  $\mathbb{R}^d$  上の Brown 運動に収束することを証明することです。そのような結果が成り立つための条件は、ランダムウォークの一步ごとの移動距離が有界である場合には現在では比較的良好に分かっています。ですが一步ごとの移動距離が非有界ないわゆる「長距離ランダムウォーク」の場合には、Brown 運動は極限に現れる確率過程の自然な候補として唯一のものではなくなります。実際、長距離飛躍が極限を経ても残存する場合には、Brown 運動ではなくいわゆる安定型過程 (stable-like process) が現れる可能性があります。そのような確率過程の一例としては、 $C_x$  を  $x \in \mathbb{Z}^d$  に依存する規格化定数、 $\alpha \in (0, 2)$  を固定された定数、 $\{\omega_{x,y}\}_{x,y \in \mathbb{Z}^d, x \neq y}$  を正値・有界かつ  $\{1/\omega_{x,y}\}_{x,y \in \mathbb{Z}^d, x \neq y}$  も有界であるような独立確率変数族として、 $x$  から  $y$  に飛ぶ確率が  $C_x \omega_{x,y} |x - y|^{-d-\alpha}$  で与えられるような  $\mathbb{Z}^d$  上のランダムウォークをお考え下さい。熊谷氏は近年の主な研究結果の 1 つとして、このような長距離飛躍を有する確率過程を取り扱うための均質化の理論を共著者の方々と協力して発展させてきました。この研究プログラムは、Gauss 的な場合の熱核 (推移確率密度) 評価の証明に用いられる解析の道具立てを安定型過程を扱うのに適したものへと適合させること、およびスケール極限の導出に適した理論を構築することを必要とし、それには多くの場合確率過程と Dirichlet 形式<sup>2</sup>の対応関係が用いられます。詳細に興味を持たれた方には、この分野における熱核評価に関する最近の結果の概説 [5]、および均質化問題についての示唆に富む結果を与えた論文 [3, 4] をご覧になることをお勧めします。

劣拡散的確率過程については、その数学としての研究の歴史は Sierpinski gasket のような決定論的な自己相似フラクタルにおける解析学と確率論の研究に始まります。過去の『数学通信』の記事 [6, 9, 10] でも紹介されておりますように、熊谷氏のご自身の研究歴の最初期からこの分野の研究に携わり、かつ分野の黎明期からその発展に貢献してこられました。氏はまもなく同研究分野の第一人者の 1 人となられ、木上淳氏など他の研究者らとともにこの種の研究の世界的研究拠点としての日本 (特に京都) の地位を確立するに至りました。

<sup>2</sup> 訳註:  $L^2$ -空間上の対称 Markov 半群の生成作用素に対応する 2 次エネルギー形式を Dirichlet 形式という。

フラクタル上の確率過程を研究するために開発された解析手法は長年の研究を経てその強力さを増し、現在では同分野の研究の元々の動機となった空間、すなわち大きいスケールでフラクタル構造を示すことが知られている臨界相におけるランダムグラフをも取り扱うことができるようになってきています。熊谷氏はその研究業績を通して、この研究プログラムに様々な方向で極めて重要な貢献をしてきました。主な業績として、通常とは異なる空間、すなわち決定論的フラクタルやランダムフラクタルにおける確率過程の構築、その確率過程が関連するランダムウォークのスケール極限として現れることの証明、および対応する熱核の劣 Gauss 型評価の導出などが挙げられます。同研究分野については、熊谷氏ご自身による概説が氏の 2014 年の国際数学者会議での招待講演に際しての解説記事 [7] で（あるいはより最近のもう少し簡潔な解説が [8] で）ご覧いただけます。

熊谷氏が最近研究してこられた重要な例として、統計力学において自然に現れるモデルである 2 次元一様全域木 (uniform spanning tree) があります。大雑把な言い方をすれば、これは  $\mathbb{Z}^2$  の頂点を全て含みサイクルを持たないような  $\mathbb{Z}^2$  の連結な部分グラフ全体の上の一様確率分布に従って選ばれたランダムグラフです。ここで課されている空間的制約により環境中の異なる部分の間には強い確率的依存性があり、これが 2 次元一様全域木の研究を非常に難しいものにしていきます。何を隠そう、今日 Schramm-Loewner 発展 (Schramm-Loewner evolution; SLE) と呼ばれる対象に基づく、2 次元一様全域木のスケール極限を記述するための枠組みこそ、Werner 氏を 2006 年の Fields 賞受賞に導いたものでした。熊谷氏は共同研究 [1, 2] において、2 次元一様全域木の上のランダムウォークのスケール極限、およびこのランダムウォークやその極限過程の推移確率密度に対する詳細な評価を導出しました。

熊谷先生について個人としての研究業績以外で傑出していると筆者が感じるのはそのビジョンです。事実、熊谷先生は日本の確率論研究を発展させるための最良の方策について常に考え続けておられます。その努力は多数の集会や研究プログラムを触発し、そのような場、あるいはまたそれ以外の場においても、熊谷先生は先を見据えて研究プロジェクトの進展のための研究者同士の繋がりを築くことを平素から志向しておられます。さらに熊谷先生は将来のことを大変気に掛け、若手研究者の方々が教育研究歴を積むための機会を提供することに多大な労力を割いておられます。筆者は確かにそうした形で個人的に恩恵にあずかってきました。より広い視点で見ても、そうしたご尽力が目には見えない形で日本の確率論研究の発展に寄与し続けてきたことは疑いようもありません。

熊谷先生からメールをいただくとき、多くの場合それは遠くの地でご出席中の研究集会からのもので、そこには次に何のご予定が控えているかについての一言が添えられていたりします。熊谷先生のエネルギーが先生ご自身（とそれ以外の日本の確率論の研究者たる我々）を次はどんなところに連れて行ってくれるのだろうか！ と期待せずにはられません。ですがとりあえず今は、きっと多くの方々が声を合わせて下さるでしょう簡単な言葉で締めくくりたいと思います：ご受賞おめでとうございます！

## 参考文献

- [1] M. T. Barlow, D. A. Croydon, and T. Kumagai, *Subsequential scaling limits of simple random walk on the two-dimensional uniform spanning tree*, Ann. Probab. **45** (2017), no. 1, 4–55.
- [2] M. T. Barlow, D. A. Croydon, and T. Kumagai, *Quenched and averaged tails of the heat kernel of the two-dimensional uniform spanning tree*, Probab. Theory Related Fields **181** (2021), no. 1-3, 57–111.
- [3] X. Chen, Z.-Q. Chen, T. Kumagai, and J. Wang, *Homogenization of symmetric stable-like processes in stationary ergodic media*, SIAM J. Math. Anal. **53** (2021), no. 3, 2957–3001.
- [4] X. Chen, Z.-Q. Chen, T. Kumagai, and J. Wang, *Quantitative stochastic homogenization for random conductance models with stable-like jumps*, preprint available at arXiv:2306.15855, 2023.
- [5] Z.-Q. Chen, P. Kim, T. Kumagai, and J. Wang, *Two-sided heat kernel estimates for symmetric diffusion processes with jumps: recent results*, Dirichlet forms and related topics, Springer Proc. Math. Stat., vol. 394, Springer, Singapore, 2022, pp. 63–83.
- [6] 梶野 直孝 「熊谷隆氏の Humboldt 賞受賞によせて」, 『数学通信』第 23 巻第 1 号 (2018), 16–21.
- [7] T. Kumagai, *Anomalous random walks and diffusions: from fractals to random media*, Proceedings of the International Congress of Mathematicians—Seoul 2014. Vol. IV, Kyung Moon Sa, Seoul, 2014, pp. 75–94.
- [8] T. Kumagai, *Anomalous behavior of random walks on disordered media*, Creative Complex Systems (K. Nishimura, M. Murase, and K. Yoshimura, eds.), Springer Nature Singapore, Singapore, 2021, pp. 73–84.
- [9] 楠岡 成雄 「熊谷隆氏の日本学術振興会賞受賞に寄せて」, 『数学通信』第 17 巻第 1 号 (2012), 16–17.
- [10] 重川 一郎 「熊谷隆氏の井上学術賞受賞によせて」, 『数学通信』第 22 巻第 1 号 (2017), 34–36.