

岩木耕平氏の令和6年度科学技術分野の 文部科学大臣表彰若手科学者賞受賞に寄せて

同志社大学理工学部

竹井 義次

岩木耕平さん（東京大学大学院数理科学研究科）が、「完全 WKB 解析と位相的漸化式によるパルヴェ方程式の研究」により、令和6年度科学技術分野の文部科学大臣表彰若手科学者賞を受賞されました。2022年度日本数学会賞建部賢弘賞特別賞に続く快挙です。同じ分野の研究者として、岩木さんがこうした賞を立て続けに受賞されたことを大変うれしく思っています。心よりお祝い申し上げます。

岩木さんは2009年に大阪大学理学部数学科を卒業された後、京都大学数理解析研究所の大学院に入学され、私を指導教員として完全 WKB 解析の研究を始められました。その後、名古屋大学多元数理科学研究科の助教を経て、現在は東京大学数理科学研究科の准教授を務めておられます。その間、岩木さんは完全 WKB 解析や位相的漸化式、およびそれらに関連する分野の研究を継続して行い、注目すべき成果をいくつも挙げて来られました。それと同時に、国内のみならず海外での研究集会等にも積極的に参加し、この分野で最も活動的な研究者の一人として目覚ましい活躍をされています。岩木さんの主たる研究テーマである完全 WKB 解析というのは、元来は量子力学におけるシュレディンガー方程式の研究の中で物理学者により用いられてきた手法です。実際、「WKB 解析」という用語に現れる“WKB”は、量子力学の黎明期にこの手法を用いた Wentzel, Kramers, Brillouin という3人の物理学者の頭文字に由来します。WKB 解析では、シュレディンガー方程式に含まれるプランク定数という微小パラメータに関する無限級数の形の WKB 解と呼ばれる解（もう少し詳しくは、プランク定数に関する形式べき級数を係数とする、ポテンシャル関数から定まる代数曲線（スペクトル曲線と呼ぶ）上の微分形式の積分を用いて表される解）が主役を演じます。ただ、残念ながら（というか、結果的には「幸いにして」と言うべきかも知れませんが）一般には WKB 解は収束しません。収束しない WKB 解に対して、ボレル総和法という方法を用いて解析的な意味づけを行うのが完全 WKB 解析であり、完全 WKB 解析を用いれば、シュレディンガー方程式をはじめとする特異摂動型の微分方程式の解の大域的性質を調べるのが可能になります。その帰結として、WKB 解を定めるスペクトル曲線上の微分形式の周期積分（Voros 係数と呼ばれる）が完全 WKB 解析では重要な役割を果たし、さらにこの Voros 係数を介して完全 WKB 解析は他のいろいろな数学の分野とも関係します。岩木さんは、こうした Voros 係数を軸とする完全 WKB 解析と数学の他分野

との関連に関して、多くの注目すべき結果を挙げてられました。以下では、岩木さんの代表的な業績について簡単に紹介したいと思います。

岩木さんはまず、大学院博士後期課程在学中に、中西知樹さん（名古屋大学）との共同研究で、表現論から生まれた代数構造であるクラスター代数と完全 WKB 解析との間の類似性を見出しました。収束しない発散級数である WKB 解や Voros 係数には、いわゆるストークス現象が起こります。特にパラメータに関するストークス現象を考えると、その際に Voros 係数が満たす接続公式がクラスター代数におけるクラスター変換と同一視できることを岩木さんと中西さんは示しました。これは Voros 係数がクラスター代数を生成するクラスター変数を実現することを意味します。まったく異なる由来をもつ完全 WKB 解析とクラスター代数の間に思わぬ関係が存在することを見出したこの結果は、国内外の様々な分野の研究者から大きな注目を集めました。

この仕事の後、次に岩木さんは、Eynard と Orantin により創始された行列模型に起源をもつ位相的漸化式の理論に注目しました。位相的漸化式の理論とは、与えられた代数曲線を出発点として、それに対応する行列模型の相関関数や分配関数の類似物を漸化式を用いて帰納的に計算する枠組みであり、Gromov–Witten 不変量や結び目の量子不変量といった様々な数学的対象がこの枠組みを用いて計算できます。この位相的漸化式と従来の WKB 解析が関連することは 2012 年頃から理解され始めていましたが、岩木さんはそこに完全 WKB 解析的な視点を導入し、Voros 係数やパンルヴェ方程式のタウ関数が位相的漸化式の分配関数を用いて書き表されるといった諸結果を多くの共同研究者達と共に明らかにしました。特に今回の受賞の主たる対象となったのは、位相的漸化式から定まる分配関数（正確にはその離散フーリエ変換）が I 型パンルヴェ方程式のタウ関数を与えるという結果です。岩木さんは、完全 WKB 解析と位相的漸化式およびモノドロミー保存変形の間を追求する中でこの結果を導くと同時に、そこから自然にテータ関数や楕円関数が現れること、さらにその帰結として、パンルヴェ方程式に対する Boutroux の楕円漸近解を（形式級数として）全次数にわたる展開へと拡張することにも成功しました。この仕事もまた、完全 WKB 解析や位相的漸化式の理論が数理解物理の共形場理論や数え上げ幾何学といった数学の他の分野と密接な関連をもつことを示す、非常に興味深い結果です。

最近では、位相的漸化式や完全 WKB 解析と、Bridgeland により導入された BPS 構造との関係に関する斬新な研究を岩木さんは行っています。BPS 構造とは、Gaiotto 等の理論物理学者が研究していた BPS 指数が満たす性質を公理化した構造であり、数学の Donaldson–Thomas 不変量とも密接に関わります。岩木さんは、Voros 係数と分配関数の対応、および Bridgeland が確立した完全 WKB 解析におけるストークスグラフと BPS 指数の間の辞書に基づいて、完全 WKB 解析を介して位相的漸化式と BPS 構造を比較し、いくつかの例に対して位相的漸化式の分配関数が BPS 指数の重み付きの足し上げによって記述されること、

そして分配関数（正確には、そのボレル和）が BPS 構造に付随したタウ関数と本質的に一致することを示しました。さらに最近の Mariño 氏との共著論文では、プランク定数の形式級数として定義されるこうした分配関数やタウ関数の解析的側面、特にその（1980 年頃に Écalle によって導入された意味での）リサージェンス性を考察し、いくつかの野心的な予想を提出しています。岩木さんのこれらの最近の研究もまた、位相的漸化式や完全 WKB 解析の理論と数学や数理解析の他分野との間に予想もしなかった関連性があることを示す画期的な仕事です。

以上見てきたように、岩木さんの仕事はいずれも、完全 WKB 解析や位相的漸化式の理論と数学の他分野との間に新たな関連性を見出すといった特徴をもつものです。私の個人的な印象ですが、これらの岩木さんの業績は、彼の特質を実に良く反映しているように思います。彼と知り合いの方ならご存知のように、岩木さんは人付き合いが良く、コミュニケーション能力にも秀でています。例えば、彼の知り合いの人達は皆、日本人外国人を問わず、岩木さんのことを「Kôhei さん」とか「Kôhei」とかいったように、親しげに呼びます。初めて会う研究者とも積極的にコミュニケーションを取り、数学的な議論を交わす中で彼らの知識・経験を吸収して、それを自身の研究に活かしていく — 彼の特質に基づくこの研究スタイルが、異なる分野間の思いがけない結び付きをいくつも発見するという岩木さんの業績を生んだような気がします。そして彼のもう一つの特長は、その類稀なる計算力です。パンルヴェ方程式のタウ関数や最近の BPS 構造に関する仕事のいずれも、彼の卓越した計算力がなければ成し遂げられなかったことは間違いありません。

最後に、岩木さんに関するある意味で個人的な思い出を一つ述べさせていただきます。岩木さんの大阪大学での学部時代の指導教員は非線型偏微分方程式（流体）の専門家である松村昭孝先生ですが、岩木さんの数理解析研究所の大学院への入学が決まった際、その松村先生から「非常に優秀で目をかけていた岩木君が、数理解析研究所の大学院に入学することになり、甚だ残念だ」という旨のことを何度か言われたことがあります。この松村先生の言葉は、大学院での岩木さんの指導教員となった私の記憶の中にしっかり刻み込まれたのですが、こうして岩木さんが文部科学大臣表彰若手科学者賞や建部賢弘賞特別賞を受賞されて、ようやく岩木さんの指導教員としての責任を私自身果たせたのではないかと思います。

岩木さんは、その特質を活かして、これからも完全 WKB 解析や位相的漸化式と数学の他分野との新しい繋がりを見出していかれるものと期待しています。次はどんな繋がりが見られるかを楽しみに待ちながら、岩木さんの今後の一層のご活躍をお祈りしています。