森迪也氏の G. de B. Robinson Award 受賞に寄せて

東京大学大学院数理科学研究科

河東 泰之

森迪也氏が、カナダ数学会の2024年の G. de B. Robinson Award を受賞した。これは同数学会が出している、Canadian Journal of Mathematics または Canadian Mathematical Bulletin に載った論文に対して授賞する論文賞であり、1996年に始まったものである。偶数年には前者、奇数年には後者のジャーナルに載った論文が対象になる。毎年1本または2本の論文に対して与えられることになっており、日本人の受賞は初めてである。(なお、現在京大数学科の教授であるフランス人の Benoit Collins 氏が2012年に Ottawa 大学在職中に受賞している。) ほかにはたとえば Langlands program の研究で著名な J. Arthur がこの賞を2003年に受賞している。森氏の受賞論文は次のものである。

M. Mori, P. Šemrl, Loewner's theorem for maps on operator domains, *Canad. J. Math.* **75** (2023), no. 3, 912–944.

私は森氏が東大数学科4年生の時から、東大数理で2021年に博士号を取るまで指導教員であったが、森氏の特徴は何と言ってもその強烈な独自性にある。森氏の専門は主に作用素環論、関数解析学に関連した保存問題だが、私自身や私のところの出身の他の元大学院生とはその研究内容が大きく異なっている。

保存問題とは、適当な空間、たとえば Banach 空間や作用素環などの間の写像を考え、そこで何らかの構造、たとえば線型構造とか順序構造、距離構造などを保存する写像の形を決定するという問題である。ここで写像とは文字通り任意の写像のことであり、線型空間の間の写像であってもしばしば線型性を仮定しない。

具体的な例を挙げよう。Banach 空間 X に対し、 S_X で X の単位球面、すなわち $\{x \in X \mid \|x\| = 1\}$ を表すことにしよう。 X と Y を Banach 空間、 $\Phi : S_X \rightarrow S_Y$ を全射等距離写像とする。このとき、 Φ は X から Y への実線型全射等距離写像に拡張されるか、というのが問題である。これは Tingley 問題と呼ばれるもので、1987年に Tingley によって考えられた。森氏の2018年の修士論文ではこの問題が von Neumann 環の前双対と呼ばれる空間について解決されている。von Neumann 環の前双対とはだいたい L^1 空間のようなものである。このテーマは私が指導したものではまったくなく、問題設定からその解決まですべて森氏が独自に考えたものだが、MathSciNet でこの問題を見つけたということだ。この問題についての中心研究者の一人はスペインの Peralta だが、彼が2018年に書いたこの問題についてのサーベイでは森氏のこの結果が大々的に取り上げ

られ、このサーベイの本文中に Mori という名前は 19 回出てくる。また、森氏のこの論文は 2018 年に出版されたものだがすでに 2024 年 6 月現在（以下同様）で、MathSciNet で 32 回、Google Scholar で 40 回引用されている。

さらに続けて森氏は、京大数理研の小澤登高教授との共著論文で二つの Banach 空間の片方が、単位的 C^* 環である場合についてこの Tingley 問題を肯定的に解決した。これは先行結果をはるかに上回るもので、作用素環についての Tingley 問題では彼らが最終的な結果を得たと言ってよい。小澤氏はこの論文について、「(森氏の) 講演を聞いてすぐに興味を持った」、「この手のゲテモノが好物なのだ」と書いている。この論文は 2020 年に出版されたがすでに、MathSciNet で 33 回、Google Scholar で 40 回引用されている。

これに続き、森氏は von Neumann 環の直交射影全体の空間の間の等距離全単射を完全に決定した。これも上記 2 論文と同じ流れの研究に入るものだが、それらとはまた別の技術的困難があり、なかなか一筋縄ではいかないところだ。森氏はその難点も瞬く間にクリアして論文を完成させた。これは J. Funct. Anal. に最近載っていた先行結果を大幅に上回る極めて強い結果で、こちらもやはり J. Funct. Anal. に掲載されている。森氏は博士課程 1 年生に在学時にこの結果についてイギリスのコンファレンスで発表したのだが、当時無名の院生であったため、招待講演枠ではなく、一般講演枠に自分から申し込んで講演した。しかし実際には彼の結果ほどの招待講演の内容よりもすぐれており、このコンファレンスの主催者から天才だとたたえられたのであった。

そのほかにもたくさん論文があるのだが、それらは飛ばして今回の受賞論文について説明しよう。開区間 (a, b) 上の実数値関数 $f(x)$ が作用素単調関数であるとは、すべての固有値が (a, b) に入るような任意の自己共役行列 X, Y について $X \leq Y$ であれば $f(X) \leq f(Y)$ となることである。Loewner の古典的な結果 (1934 年) によると、 f が作用素単調関数であるための必要十分条件は、 f が上半平面をその中に写す正則関数に解析接続されることである。これによって作用素論と複素関数論が結びつく。

複素 Hilbert 空間 H 上の有界自己共役作用素の集合で、開かつ連結なものを作用素領域という。考えている位相はノルム位相である。作用素領域 U について、そこから、 H 上の有界自己共役作用素全体の集合への写像 ϕ を考える。この ϕ が局所順序同型であるとは、任意の $X \in U$ に対し、 $X \in V \subset U$ を満たす作用素領域 V と、 $\phi(V) = W$ を満たす作用素領域 W が存在して、 $X, Y \in V$ について $X \leq Y$ となるための必要十分条件が、 $\phi(X) \leq \phi(Y)$ となることである。また、一般上半平面 $\Pi(H)$ とは、 H 上の有界線型作用素で、 $X + iY$ の形であって、 X は自己共役作用素、 Y は正の可逆作用素と書けるものたちの全体のことである。

この設定の下で、森氏と Šemrl の共著論文は次のことを証明した。上記のような ϕ が局所順序同型であることの必要十分条件は、 ϕ が $U \cup \Pi(H)$ への連続拡張で、 $\Pi(H)$ を $\Pi(H)$ に双正則に写すようなものを一意的に持つことである。この論文にはほかにも様々な関連する結果が含まれているが、カナダ数学会の授賞記事では、この結果が “fascinating perspective on the interaction between operator theory and complex analysis” を与えるものと紹介されている。

この論文はスロベニアの Šemrl との共著論文だが、彼はこの種の関数解析的な保存問題において世界的に著名な研究者である。森氏は 2019 年 5 月にスロベニアを訪問したもので、この Šemrl との間に共著論文がもう一つある。

この受賞論文が実際に書かれたのは 2020 年だが、その後の森氏のより新しい結果についても一つ触れておこう。現在はウクライナに属する Lviv にあった Scottish café で、Banach らポーランドの数学者たちが問題を書きつけたノートがあり、現在では Scottish Book と呼ばれている。森氏はその問題 155 番を（ほぼ）解決したものである。その問題とは次のものである。Banach 空間 X, Y の間の全単射 $U : X \rightarrow Y$ を考える。 X の各点が、 U の制限が等距離写像になるような近傍を持つならば、 U は X 全体の上で等距離写像であるか？ 森氏は X が可分の時、 U が全射であるという、元の問題より弱い仮定の下でこの問題を肯定的に解決したのである。なお実 Banach 空間の間の全射等距離写像はアフィン写像であることが、Mazur と Ulam によって示されている。

Scottish Book は活字版が Birkhäuser/Springer から出版されているが、この問題は Mazur と Sternbach によるとされ、1936 年 11 月 18 日の日付がある。活字版では問題が書かれてからあとの進展についても触れているのだが、この問題については 1936 年から何も進展が書かれていない。この論文は C.R. Math. Acad. Sci. Paris にアクセプトされていて、わずか 3 ページの論文だが、Baire の category 定理を鮮やかに使った森氏のテクニックの冴えを示す結果である。

森氏は 2016 年、東大数学科卒業時に理学部学修奨励賞を受賞している。これは学部成績トップの 2 人に毎年授賞しているものだ。また 2022 年には日本数学会の建部賢弘奨励賞を「作用素環論における保存問題の研究」の題目で受賞している。東大数理での 2021 年の博士取得直後から理研数理創造プログラムの基礎科学特別研究員となり、2022 年 10 月からは東大数理の特任助教を務めている。このように博士号取得から 3 年強しかたっていないのだが、論文は 16 本あり、Google Scholar での総引用数は 133 回と、たいへん素晴らしい数字である。これからも独自の路線で世界で活躍し続けてくれることを大いに期待している。