

JMSJ 論文賞受賞者のことば

JMSJ とは、日本数学会の出版する学術雑誌 Journal of the Mathematical Society of Japan の略称です。JMSJ 論文賞 (The JMSJ Outstanding Paper Prize) は、授賞年前年の JMSJ に掲載された論文のうち特に優れたもの (3 篇以内) の著者に贈られる賞です。2024 年 JMSJ 論文賞は以下の 2 篇に贈られました。(所属は授賞時のものを掲載しています。)

著者：金 英子 氏 (Eiko Kin, 阪大全学教育推進機構), 中村 博昭 氏 (Hiroaki Nakamura, 阪大理), 小川 裕之 氏 (Hiroyuki Ogawa, 阪大理)

論文題目：Lissajous 3-braids, JMSJ, 75 (2023), 195–228.

受賞者のことば：

この度、JMSJ 論文賞をいただきましたこと、大変光栄です。

この論文では、 m, n を互いに素な整数とすると、時刻 t でパラメーター付けされた xy 平面のリサージュ閉曲線 $x=\sin(mt)$, $y=\sin(nt)$ の上で周期を 3 等分して運動する 3 点に注目し、この 3 体運動が時間方向に形成する 3 本糸の組み紐 (の共役類) を分類しました。組み紐の絡まり具合・複雑度 (dilatation) と相性のよいラベルとしてレベル (自然数) とスロープ (正の有理数) の組を構成できることが我々の分類を与える鍵となります。リサージュ 3 体運動に対応して、向きのある三角形相似類の初等的モジュライ空間 (リーマン球面マイナス 3 点) の上の閉曲線が与えられ、それを普遍被覆である複素上半平面の上に持ち上げた測地線が市松柄ファレイ充填形を横断するパターンと、付随する 2 次無理数の循環連分数の周期とがきれいに関係することも示せます。この論文では位相差 $=0$ のリサージュ曲線を扱いましたが、その後の研究で一般の位相差の場合についても分類が拡張されましたので、続編にあたる論文に向けて共同研究を継続したいと考えています。

著者：跡部 発 氏 (Hiraku Atobe, 北大理), 千田 雅隆 氏 (Masataka Chida, 東京電機大未来), 伊吹山 知義 氏 (Tomoyoshi Ibukiyama, 阪大名誉教授), 桂田 英典 氏 (Hidenori Katsurada, 北大理研究員, 室蘭工大名誉教授), 山内 卓也 氏 (Takuya Yamauchi, 東大理)

論文題目：Harder's conjecture I, JMSJ, 75 (2023), 1339–1408.

受賞者のことば：

この度の JMSJ 論文賞の受賞はまことに名誉なことで、大変驚くとともに非常に嬉しく思っております。また、本論文の主題である Harder 予想は国外はともかく国内での関心は今までさほど高くなかったように思います。そのような中で本論文を評価して下さった JMSJ の編集部の方々にお礼を申し上げます。

Harder 予想は 1 変数正規 Hecke 固有形式 f の Fourier 係数がある次数 2 の Hecke 固有形式の Hecke 固有値とある素イデアルを法として関係することを主張するものです。これはそれ自体興味深いものであり、 f に付随する Bloch–Kato Selmer 群の振れ元の構成にも大きな役割を果たします。この予想は 2003 年に G. Harder が彼自身による Siegel modular 多様体の Eisenstein cohomology に関する深い考察から得たもので、多くの数学者による様々な試みはあったものの、本論文執筆時にはこの予想が証明されている例は G. Chenevier–J. Lannes (2019) によるものしかありませんでした。

Harder 予想は同じ重さの保型形式の空間の 2 つの Hecke 固有形式の合同についての予想ではなく、このことがその証明を困難にしている理由の 1 つです。本論文はこの予想を同じ重さの空間に属する 2 つの Hecke 固有形式の合同として再定式化し、本来の予想を解く糸口を与えるものです。これをもう少し詳しく説明させていただきます。保型形式の世界においては、小さい群上の保型形式から大きな群上の保型形式を構成するリフトと呼ばれる手法があります。その典型的なものに Ikeda リフトおよび Klingen–Eisenstein リフトというものがあります。本論文では Harder 予想を f の Ikeda リフトの Klingen–Eisenstein リフト (リフトのリフト) と同じ空間に属する別のリフトの合同として再定式化します。このために、Arthur 分類と Galois 表現の技法が使われます。またそのように再定式化した際の合同の存在のために Klingen–Eisenstein リフトの合同に関する結果が必要となります。これはスカラー値の場合は水本信一郎氏と桂田によって得られていましたが、これをベクトル値の場合に拡張するためには、伊吹山による明示的な (微分作用素付きの) Siegel–Eisenstein 級数の引き戻し公式とともに、ベクトル値保型形式の整構造についての精密な結果が必要で、これを最初から作り上げるのはそれなりに大変な作業でしたが、おかげで本来の予想を解く際の土台ができたように思います。実際、本論文では上に述べた G. Chenevier–J. Lannes の結果を含むいくつかの結果が証明されています。続編の「Harder conjecture II」では本論文を基礎としてさらに系統的に取り扱うことができ、これにより Harder 予想の 4 分の 1 が解決されたことになります。他の場合も同様の着想で解決できるか興味があり現在検討中のところです。

本論文は古典的な保型形式論を専門とする伊吹山、桂田、保型形式の数論幾何を専門とする山内、千田、保型表現論を専門とする跡部という専門分野の異なった者たちによる共著論文です。私たちに限らずこのような異分野の研究者たちによる研究が実り多い結果をもたらすことを期待して受賞の言葉に代えさせていただきます。