女子中高生夏の学校 2023
実験・実習「目に見えないちょっと先を予測してみよう！」

東京工業大学リベラルアーツ研究教育院
永原　健大郎

1. はじめに

女子中高生夏の学校 2023（以降「夏学」と記す）は，8 月 5 日（土）から 7 日（月）までの 3 日間，埼玉県にある国立女性教育会館にて行われた．この夏は例年に比べても大変暑く，夏学が実施されていた期間は天気も晴れ渡り，初日は会場から 15km ほど離れた熊谷で 38.3℃を記録するなど，正に灼熱という表現がふさわしい 3 日間であった．そのような状況にも関わらず，今回の夏学に参加した総勢 100 名の生徒から感じる熱意は，それ以上のものであった．そして，この夏学を支える主催の NPO 法人女子中高生理工系キャリアパスプロジェクト，そして実験・実習に参加した 15 学会，ポスター展示に参加した 37 団体は，自ら主体的に取り組む生徒たちを，研究のプロとして真摯に受け止めていた．会場は全体がそのような活況を呈していた．

今回，筆者は初めて夏学に参加させていただくこととなったが，現地で感動したことの一つは，夏学で TA を務める学生の皆さんの活躍である．つい教える立場になると，このような活動の場では「教師」がどんな目標を設定し，その評価方法を考え，指導を計画するかといったことに焦点を合わせたくなるが，学生 TA を見ていると，それらとは逆に「生徒」は何を知らなければならないのか，どのようにすれば求められていることを達成したといえるのか，どのような学習経験を必要としているのか，そうした生徒たちの学びにとって重要な視座に気付かせてくれる．

このような実験実習講師を担う筆者の力量不足を承知しつつも，思い巡らせたことが 2 つある．1 つは，筆者の専門が反応拡散方程式と呼ばれる，成分の拡散と反応が同時に進むことにより，その状態が時間的に変化していくような偏微分方程式であることから，現実的なものを起点として，数学を知ることを中心に，その楽しさを伝えたいということである．もう 1 つは，筆者が 6 年間高校の専任教員として勤めた経験を生かし，それらを数学教育の知見とともに実践をしてみたいということであった．講師として実験・実習を設計することは楽しい時間であったが，それと同時に，各方面に工夫を凝らす余地が多分にあり，筆者にとっては挑戦的な課題と

なった．本稿では，夏学での実験・実習について，生徒の活動と，教員側の指導という二つの側面から報告することで振り返ってみたい．

2. 算数・数学科教育における今日的な議論の一側面

算数・数学科の学力は，3R's（Reading（読み），Writing（書き），Arithmetic（計算））の一つとして，世界中で学力の中核として位置付けられている．国際的な学力調査としては，OECD（経済開発協力機構）による PISA（Programme for International Student Assessment）と呼ばれる「国際学習到達度調査」や，IEA（国際教育到達度評価学会）による TIMSS（Trends in International Mathematics and Science Study）と呼ばれる国際数学・理科教育調査などがある．もちろん，日本国内でも「全国学力・学習状況調査」などがあり，国を超えて，また時代を超えて調査対象とされてきている．ここに挙げた学力調査の結果によれば，日本の子どもたちは基礎的な知識・技能は身についているが，それを実生活の状況に応じて活用し，問題解決をする能力や推論する能力など，高次の能力が十分に身についていないとされている．また，TIMSS の意識調査では，日本の子どもたちは「数学は楽しい」という回答の比率が国際平均に比べて概ね低く，小学生から中学生になるとさらに低下するという傾向がみられる[7]．

時代が前後するため文脈も異なるが，スプートニクショックを契機として，世界的に流行した新数学（new math）や，その影響を受ける 1960 年代の「現代化」運動で強調された「わかる授業」に対する批判として，「たのしい授業」という主張が登場する．詳細は省略するが，ここでの「たのしい」は「知的関心」という意味であり，代表的な論者の一人は，東京工業大学名誉教授であった遠山啓である[8]．現在同じ大学で働く身として，畏敬の念を抱くとともに，不思議な縁を感じる．

現状の数学教育について，フランスの数学教育学者であり，教授人間学理論（anthropological theory of the didactic）の提唱者として知られるイブ・シュバラール（Yves Chevallard）は，中学校や高等学校といった中等段階の学校教育において，依然として支配的であるのは「作品訪問（visiting works）」という教授パラダイムであると指摘する[1]．彼のいう「作品訪問」とは，教師が学習の場において，あたかも生徒に対するツアーガイドとなり，数学における各記念碑的な作品を訪問し，その魅力を訴える役割を果たしている認識を指した枠組みである．しかしこの言葉は，結果として，生徒はそのガイドが終わったらその訪問した作品が何であったかを忘れる，あるいは無視してしまうという，数学教育に対する危機的な認識を含めたものとして扱われる．彼は，俗にいう「数学って楽しい！」ということを「数学不信心者」に納得させる誘惑方略は，個々人の信心に依存していることと，

その生産性の低さという主要なデメリットがあるとして否定的であるが，生涯にわたり勉強をし続ける市民の態度に可能性を見出している．

これらのように，様々な論争がある中で，常に課題はあるものの，生徒にとって夏学の実験・実習が単なる「作品訪問」にならず，知的関心という意味で楽しい時間であってほしいということを念頭に置いた．しかし，夏学では別々の学校から，異なる学年の生徒が参加するため，実験・実習に参加する生徒も現在進行形で学んでいる数学の既習事項は当然異なる．単純に考えれば，下の学年に合わせたくなるが，あえて学年に関係なく，すべての生徒が今学んでいる数学を活用して，尚且つすべての参加者が協同的に学ぶには，どう教材を設計すればよいかに焦点を当てて実験・実習の構成を考えることとした．

3. 夏学実験・実習の概要

今回の夏学における実験・実習は，2 日目（8 月 6 日（日））の午前 9 時から 2 時間半に亘って対面で行われた．ここ数年の夏学は Covid-19 によるパンデミックの影響を受けて，2020 年は中止，2021 年度と昨年度はオンラインで開催されたため，対面での実験・実習は 2019 年の夏学以来，4 年ぶりとなる．

日本数学会の実験・実習に参加した生徒は，中学 3 年生，高校 1 年生，高校 2 年生がそれぞれ 2 名ずつ，合計 6 名であった．そして，筆者以外に参加された教員と学生 TA は，パンフレットに掲載された名前の順に，実験実習補佐として久野恵理香先生（大阪大学大学院理学研究科数学専攻），谷口隆先生（神戸大学大学院理学研究科数学専攻），そして実験実習 TA として田嶌優さん（北海道大学大学院理学院数学専攻）と，今回夏学のポスター展示において「1+1 が 0 になる！？～モジュロで広がる数字の世界～」というタイトルで日本数学会より参加した奥村喜晶先生（東洋大学理工学部建築学科）であった．

実験・実習に参加する生徒には，あらかじめ次のような舞台設定を伝えてあった．「皆さんは，数学的なものからできている未知の「数学星」の「遺跡発掘調査員」になってもらい，そこで発見した「部分的に出土しているが，地面に埋まっている未知の物体」を，傷をつけずに発掘するためにはどのようにすればよいか？を考えてもらいます」．そしてこの設定とともに，当日用意される道具についても，次のように伝えている．

●三角定規（1 つの鋭角が 30°の直角三角形，直角二等辺三角形）
●ものさし，分度器（プロトラクター），コンパス，Ａ４方眼紙（1mm 方眼）
●角度計（測りたい面に接すると，地面に対する角度がデジタル表示される器具）
●アルミ線（太さ 2mm．自由に変形あるいは切断が可能），糸，付箋

●アルミフレーム（1 つの面が 20mm の正方形で，最も長い辺の長さが 30cm の直方体．4 つの面に溝がある．）
●アルミフレーム同士を繋げるための L 字型アルミブラケット，ねじ，ナット
●これらを組み合わせるための工具類（ニッパー，ドライバー）
●Windows surface（タブレット PC）

当日は，その部分的に出土したという未知の物体のレプリカとして，本文中の図 1 にあるような，3D プリンタで作成された 2 種類の立体模型を用意した．この教材のかなめである立体模型は，双方とも回転体であり，放物線の軸の周りに 1 回転させてできる回転体（放物面）と，半球である．このことは，教員と学生 TA にのみ共有し，生徒には最後の振り返りで明らかにすることとした．無論，3D プリンタで作成しているため，精度上の限界がある．制作する機材の仕様もあり，底面は数 mm 程度熱で歪んでしまうが，それ以外の部分はほぼ誤差がなく，今回の実験・実習における実際上の問題は全く生じないほどである．

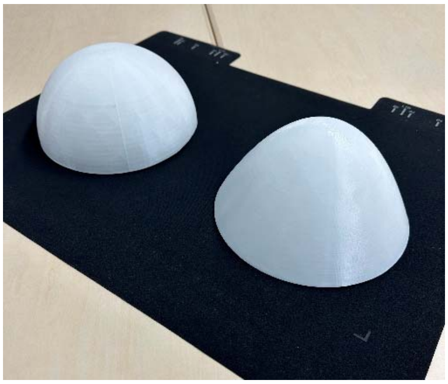
図 1　2 つの立体模型

その立体模型を測るために用意した道具の詳細について述べたいと思う．事前の段階で，それぞれの道具に対して，使い方をある程度想定した状態で実践に臨んだ．例えば，図 2 にあるアルミフレームは，しっかりとした加工がなされているため，組み合わせることで 2 直線が垂直に交わる状況を容易に作ることができる．さらに，4 つの面に溝がついており，自由な場所でアルミフレーム同士をつなげることができ，斜めにもつなげることができるなど，多くの特徴を有している．同じく図 2 にあるアルミ線は，模型に沿って形を変形させることで，容易に型取りをすることができる．アルミ線は柔らかい金属であり，変形，切断などの扱いが簡単な分，正確に模型に沿わせることは難しい．しかし，型取りしたものを使い，用意された方眼紙にグラフの形で図形を書き写せば，この立体が何を意味しているのかを，グラフから読み取ることが可能である．

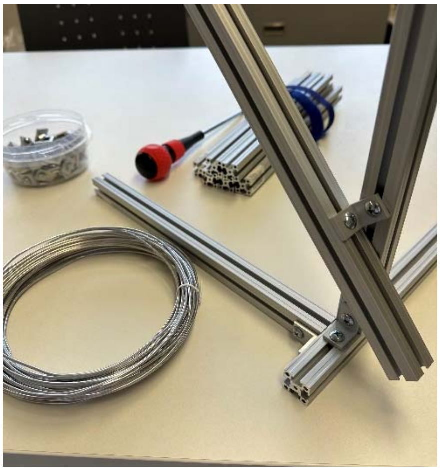
図 2　アルミフレームと
アルミ線

この実験・実習では，事前にいくつかの測定器具を，アルミフレームを使って組み立てて例示することとした．生徒は 80 分で立体模型をそれぞれの方法で測定し，まとめることとしているため，仮に模型の見た目からその答えがある程度予測できたとしても，「計測を通して，何を確かめれば数学的な説明ができるのか」を考えてまとめるには時間が短い．そのため，完全に自由な状態からスタートすると，与えられた道具で 1 から測定方法を考え，組み立てて実際に測定することになるため，時間的な困難が生じてしまうためである．

ここでは，実際に実験・実習で行われた展開について，その概要を述べたいと思う．実施した内容と時間は，以下の表 1 のとおりであった．

表 1　実験・実習のタイムテーブル

時間	内容	時間	内容
9:00～9:10	アイスブレイク	10:05～10:45	作業
9:10～9:20	実験・実習の説明	10:45～10:50	休憩
9:20～10:00	作業	10:50～11:20	発表
10:00～10:05	休憩	11:20～11:30	振り返り

これらの展開についての詳細を述べる．まず初めに，この実験・実習全体を通して，安心して建設的な対話ができる場になるよう，生徒たちにはアイスブレイクで「名刺交換」と呼ばれる活動を行った．これは，A5 サイズの紙の中心に自分の名前を書き，その周囲に部活動や趣味，日課などを書いてもらうもので，相手に見せて自己紹介するときに，もし共通，共感する部分があれば星印などを書いてもらうというものである．また，これらの活動と同時に，この実験・実習中は「自由奔放・批判厳禁・便乗歓迎・質より量」といったルールを設けることを説明した．これらは，ブレインストーミングなどで知られる発散法（アイデア発想法）を行う時によく共有されるルールである．グループ活動を充実させるため，生徒たちをあらかじめ各学年 1 人ずつの 2 班に分けておき，その班分けでアイスブレイクから発表に至るまで活動させることとした．

この実験・実習で主要となる計測の作業中は，生徒に与える重要な情報として，発表に向かう目標を明示するために，「その形がどのような図形なのか，どのような性質を持っているのか，論理的に計測しましょう！」ということを口頭でもスライドでも繰り返し伝えた．ただし，講師から測定方法や，教材の使い方についての細かい指示は基本的にせず，生徒が主体的に活動し，教員側は用意された道具の取

り扱いがわからない場合に補佐をしたり，生徒の行動に対応したりするという形を取った．

最後に設けられた各班の発表（1 班当たり 15 分）の際には，初めに「イントロ」として 2 つの物体はどのような図形と予想したかを述べてもらい，次に「計測方法」で 2 つの物体が，なぜその図形だと予想されるのかを，計測したときに Windows surface（タブレット PC）で撮影した写真とともに述べてもらった．最後には「まとめ」として，一人ずつ，計測したときに何を考えた・感じたかを述べて，その後，別の班の生徒や教員，学生 TA からの質疑の時間とした．

4. 生徒の活動と実験・実習の省察

この実験・実習の概要を述べたところで，生徒の活動報告からその省察を行いたい．参加した生徒たちは，私の想像を超えて，主体的に教材に取り組んでいた．また，参加した教員側からも，生徒の活動について，発表準備時間中に独自のアイデアを考えていたと思われたり，班の意見をまとめるのに活躍していたり，手を動かして作業に貢献しているなどのフィードバックをいただいた．

実際に立体模型や道具を目の前にした生徒は，最初「これって「数学」はどこで出てくるの？」という気持ちになったようである．しかしながら，生徒たちはその手を動かしていくと，課題を行うためには確かに数学的な考え方が必要になることが，10 分と時間が経たないうちに理解できていた．

図 3　活動する生徒たちと教員

提示された 2 つの模型は共に回転体であり，底面が円である．見た目上も円であるから，そのように結論づけてよさそうだが，しかし本当に底面は円だと言ってよいのか？と生徒が気にし始めた．そして，方眼紙に模型を置き，その底面のふちを鉛筆でなぞり，型を取ったのである．ある班の生徒たちは，コンパスで円を書き，型とほとんど一致していれば，やはり底面は円だろう，ということを根拠にしようと思ったが，肝心の中心がどこかがわからない．すると，ある生徒がなぞった図形の周上に 3 点を取り，それを結んで三角形を作り，コンパスで各辺の垂直二等分線を引くことを思いついた．三角形の 3 辺の垂直二等分線は 1 点で交わり，その

点（外心）は 3 つの頂点から等距離にあるため，外接円の中心になっているというのである．別の班の生徒は，方眼紙のメモリをよく見て，直径を表す直線を，中心で垂直に交わるように 2 本引き，交点が中心であり，半径もわかるということを主張した．生徒たちは，自分たちが言いたいことが言えているのか，よい意味で懐疑的になり，自身の論証を確実なものにするためには，さらに何が必要なのかを考えていた．

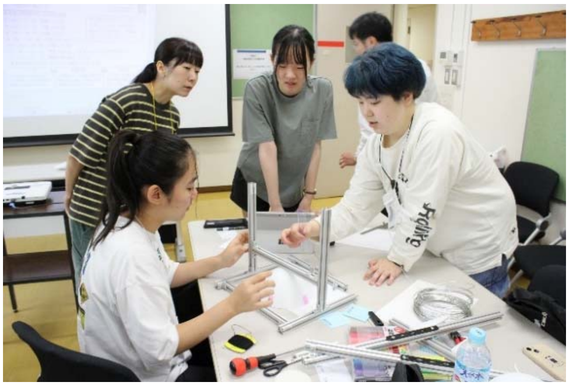

図 4　頂点を測ろうとする生徒たち

生徒たちは，アルミ線で頂点を通るように型を取り，それを方眼紙に書き写すことで，立体模型の 1 つは半球であり，もう 1 つは放物線ではないかと，2 班とも途中の段階でほぼ確信を得ていた．しかし，ある班で，頂点はどこなのか？ということに疑問を持つ生徒が現れた．これは，模型が回転体であることを確かめられれば，底面を水平に置いたときに最も高い位置が頂点となることがわかるが，今回の実験・実習中にはそこまでは至らなかったようである．しかし，生徒たちは模型の曲面上の長さを紐で測ったり，アルミフレームを工夫して回転体であることを確かめたりするなど，自らで課題を次々発見し，とても充実した活動を行っていた．

図 5　回転体かどうか確かめる生徒たち

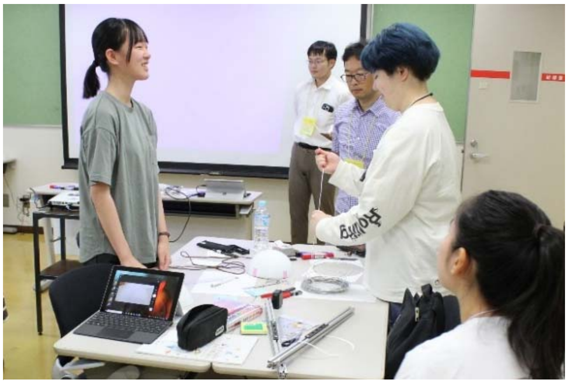

図 6　アルミ線で型取りする生徒たち

そして発表についても，生徒たちはいずれの班も，この 2 つの立体模型は，1 つは半径が 9cm の半球であり，もう 1 つは放物線$y = x^2/9$を，その軸の周りに 1 回転させたときにできる放物面であると思うと述べた．そして，その後どのように計測したのかと，それぞれの感想を述べた．詳細は重複するところもあるため

割愛するが，生徒が今回の実験・実習において，数学の知識を活用しながら教材を探究するプロセスを楽しめていたことが伝わってくる内容であった．そして発表の質疑においては，生徒同士でお互いが持っていた疑問はどうやって確かめたのかという質問があった．参加された教員も学生 TA も，生徒の活動を踏まえて積極的に質問していただき，それと同時に温かく見守るような雰囲気で，生徒の頑張りに答えてくださった．

目に見えた反省点として，ドライバーやニッパーといった工具の扱い方に不慣れな生徒や，金属製の分度器と竿を当てて角度を測るプロトラクターと呼ばれる測定器具については，使い方がわからない生徒も多かったため，作業開始直後だけであったが，フォローが必要な場面が想定よりも多かった．また，今回の実験・実習では，アルミフレームを用いて接線を実現する器具を例示として作っていたものの，グラフの接線という考え方が生徒から全く出てこなかった．これは，参加者の学年と時期的なものを考えれば，「数学Ⅱ」で学習する微分法が生徒同士に共通することではなかったために，グループワークの中でそれらが出てこなかったからと考えるのが自然であろう．

5．算数・数学科のカリキュラムから見た微分方程式との接続

ここで，この教材の背景について，教科の内容という側面から述べたいと思う．算数・数学科における「関数」という領域は，平成 29 年から平成 30 年に改訂された文部科学省告示の学習指導要領[4,5,6]（以降，「最新の学習指導要領」と記す）では中学 1 年生から登場する．それ以前の段階では，小学 4 年生から「変化と関係」という領域が登場し，伴って変わる 2 つの数量の関係の考察から始まり，比例と反比例について扱うこととなっている．このような段階を踏まえて，中学 1 年生，あるいは高等学校数学科で必履修科目である「数学Ⅰ」では，関数の定義として「2 つの変数xとyがあって，xの値を定めるとそれに応じて，yの値がただ 1 つだけ定まるとき，yはxの関数であるという[3]」と記述されている．これは，対応と変化という関数の 2 つの側面のうち，対応を重視した定義であると捉えられる．関数は，学習が進むにつれて，2 次関数，三角関数，指数関数，対数関数など，関数の種類が増えていく．これは，生徒が関数を学習する際には，定義である対応の側面よりも，これまでとは異なる変化の仕方をする関数が得られたことを重視すべきとも言えよう[2]．

今回の実験・実習で実践した教材では，この関数の変化に焦点を当てるとともに，数学的な視点から課題を発見してもらうために，物体の測量についても取り入れている．生徒の関数の変化に対する捉え方は，学習が進むと多様に変化する．例

えば，関数をグラフに表すことについては，中学 2 年生の段階で 1 次関数をグラフに表す文脈で扱われる．これによって，関数を座標平面上に図示し，関数の変化を幾何的な見方で捉えられることを学ぶ．なお，グラフという概念そのものは，小学校算数科のデータの活用という文脈で登場し，絵グラフなどを用いた事象の考察を通して，小学 1 年生から扱うことになっている．関数の局所的な変化をとらえるのに重要な微分法，特に関数のグラフの接線という概念については，高校の「数学Ⅱ」で扱われる．なお，接線という概念そのものは，中学 3 年生で「円の接線」を扱うとともに登場する．

微分方程式については，学びを深めることを企図した一部の教科書において，高校の「数学Ⅲ」で発展的事項として扱われている場合がある．そのような教科書では，基本的に変数分離形と呼ばれる，両辺を積分して置換積分（変数変換）を用いると解ける微分方程式が紹介されている．これまでの生徒の学習経験から考えれば，ここでも関数の変化という側面に注目し，変化の割合がそれ自身の値と一致する関数は，実は指数関数であるということが重要となろう．

素朴な観点から述べることを承知の上で，xを独立変数とする未知関数yに対して，未知関数yを f の不定積分として求める問題$dy/dx = f(x)$を微分方程式の変数分離形だとしよう．微分方程式$dy/dx = f(x)$を与え，さらに未知関数yのグラフが通る点の座標$(a, y(a))$を設定することで，解は$y(x) = \int_a^x f(x)dx + y(a)$と表せることになり，未知関数$y$を唯一つ求める問題となる．これは，素朴な 1 階微分方程式の初期値問題であり，その発想だけで見れば，1 次元の区間上の反応拡散方程式において，境界値問題を解くシューティング法と通ずる部分がある．

今回の実験・実習では，模型を測る際に持ち運んだり回してみたり（平行移動と回転）しても模型の形状は変わらないため，生徒が試した測定方法を振り返ると，各班が座標を適切に設定して，関数のグラフの形状からその図形を予測する方法に全員が注目していたことを伝えた．詳細に立ち入ることはできないが，これは，xを独立変数とする未知関数yのグラフの形状が，未知関数の導関数y'のみで決まることになっていると概略をまとめた．最後の振り返りでは，生徒たちに，未知の問題に立ち向かい，課題を発見しながら解き進めるという今回の体験は，まさに数学を研究するときのプロセスを疑似体験したような感覚であることを述べて，夏学の実験・実習を終えた．至らない点も多々あったが，少しでも生徒が数学について知るきっかけとなれば，望外の喜びである．

謝辞

このような大変貴重な学びの場に，浅学非才な筆者を実験実習講師としてお招きいただいたことに心から感謝を申し上げたい．特に，実験・実習にご参加いただいた先生方，学生 TA には，実験・実習に限らず夏学全般にわたり，大変温かく接していただいた．また，大山口菜都美先生（東京理科大学）と柏原賢二先生（東京大学）には，夏学実行委員会というお立場からさまざまな面でお力添えいただいた．最後に，この教材を共同研究で開発した大阪工業大学の辰巳育男先生も含め，この場をお借りして，ご関係の皆様に深く感謝申し上げたい．

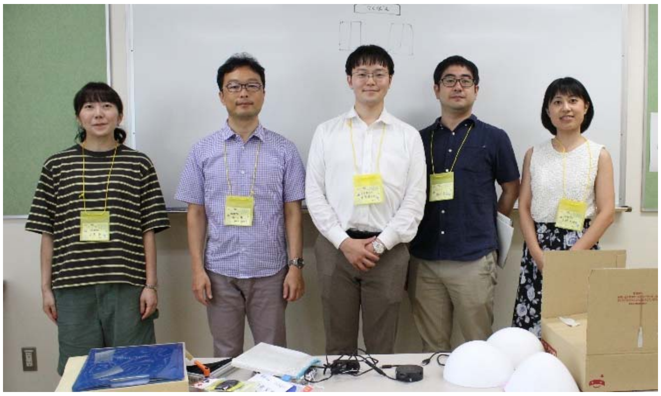

図 7　夏学実験・実習 2023 日本数学会メンバー

参考文献

[1] イブ・シュバラール著，大滝孝治・宮川健訳「明日の社会における数学指導　ー来たるべきカウンターパラダイムの弁護ー」上越数学教育研究，第 31 号，上越教育大学数学教室，2016 年（原著 2015 年），pp.73–87.

[2]岩崎秀樹，溝口達也編「新しい数学教育の理論と実践」ミネルヴァ書房，2019 年

[3]俣野博，河野俊丈ほか 57 名「数学 I Advanced」東京書籍，2022 年

[4]文部科学省「小学校学習指導要領」東洋館出版社，2018 年

[5]文部科学省「中学校学習指導要領」東山書房，2018 年

[6]文部科学省「高等学校学習指導要領」東山書房，2019 年

[7]田中耕治編「よくわかる教育課程［第 2 版］」ミネルヴァ書房，2018 年

[8] 遠山啓「たのしい数学・たのしい授業」遠山啓著作集数学教育論シリーズ 10，太郎次郎社，1981 年