

会員ニュース

Benoît Collins 氏の日本学術振興会賞受賞によせて

名古屋大学大学院多元数理科学研究科

植田 好道

京都大学理学研究科数学教室の Benoît Collins (ブノワ コリンズ) 氏が 2022 年度日本学術振興会賞を受賞した。これは 2022 年 ICM 招待講演に続く榮譽である。Collins 氏とは、氏が学生で東大に半年ほど滞在していた時(その時のホストは確率論の方だったと思われる)にメールを頂いて以来の付き合いと思う。友人の一人としてとても嬉しく、思わず本記事の執筆依頼を引き受けてしまった。

今回の受賞題目は「自由確率論とそのランダム行列への応用」である。Collins 氏の研究をうまく表していると思うが、これに表現論、量子情報理論のキーワードも加えるべきかも知れない。本記事では Collins 氏についてあれこれ書いてみたい。

Collins 氏はノルマリアンで、Phillipe Biane 氏の下で数学研究を始めた。Biane 氏は、表現論や組合せ論、さらにはゼータ関数まで研究する(調べるとわかるが、離散パウルヴェ方程式の論文やクラスター複体の論文もある)独特な確率論研究者で、私を含め Biane 氏を尊敬する人間は多い。群の表現論と確率論に興味があり、そのことから Biane 氏の下で学ぶことを勧められたと、Collins 氏から聞いた記憶もある。以上の反映と思うが、Collins 氏の学位論文では、コンパクト(量子)群に関係した確率論の問題とユニタリランダム行列に対する Weingarten 公式が扱われた。

前者の研究は京都大学の泉正己氏の有名な仕事に緩く関わり、おそらくそれが縁で(Collins 氏の家族も理由とは思いが...), 学振特別研究員として、京都大学で2年間過ごされた。その時期は、ホストの泉氏を含めて我々は若くさまざまな交流があったことを昨日のこつのように覚えている。例えばその頃、Collins 氏はポーランドの Piotr Śniady 氏と Weingarten 公式に関して重要な仕事をした。私に残っている記憶の一コマは、くだらない話ではあるが、京都に来られた Śniady 氏が「カツ丼」という文字を覚え(おそらくお口にあったのだろう...), 実際に書いて見せてくれたことである。このように、Collins 氏を媒介して若者同士のさまざまな交流があった。

少し時期は遡るが、2000-2001 年の MSRI での作用素環論年間プログラムに東京大学の河東泰之氏、泉氏を筆頭に今ではオジサンになってしまった私を含む当時の若手の多くが参加していたのだが(河東氏、泉氏も 30 代だった... 若い!), そこでも若き Collins

氏に会う機会があり、学位論文研究に悪戦苦闘している様子を垣間見た記憶もある (記憶違いかも?).

以上のように、確率論を出自とする Collins 氏と我々日本の作用素環グループは不思議と密接な関係性を持っていわば友人としてこれまで数学に取り組んできた。この背後に河東氏、泉氏が存在があることは言うまでもない。なお、Collins 氏は京都で学振特別研究員を務めた後、オタワ大学 (一時期、東北大学)、そして京都大学と渡り歩いて今に至る。また、2005 年からはリヨン大学で CNRS でもある (ホームページの CV によればこれは休職中なのだろう)。

Collins 氏の代表作の一つは Weingarten 公式に関する一連の仕事である。その技術的背景は Schur–Weyl 双対性に代表される表現論の技法である。この Weingarten 公式に関しては Collins 氏が最初の種を学位論文で蒔き、先にも述べた Śniady 氏を含む様々な共同研究者を巻き込んでランダム行列研究の重要なツールにまで理論を発展させた。ここで Weingarten 公式をユニタリランダム行列の場合に少し説明してみよう。

ユニタリ群 $U(N)$ は Haar 確率測度により確率空間と見做せる。このとき、各座標関数 $U \in U(N) \mapsto U_{ij} \in \mathbb{C}$ は確率変数である。ランダム行列の様々な計算において、組合せ論は重要であるが、それは多くの場合、モーメント

$$\mathbb{E}[U_{i_1 j_1} \cdots U_{i_m j_m} \bar{U}_{i'_1 j'_1} \cdots \bar{U}_{i'_n j'_n}]$$

の計算に帰着することに基づく。このモーメントを組合せ論の技法が適用できる形で記述する必要があるが、この場合であれば、Schur–Weyl 双対性を使って対称群の言葉で記述できる。この記述を与える公式を Weingarten 公式と呼ぶ。よく知られた Gauss 型ランダム行列の計算であれば、この計算に対応する部分はよく知られた Wick 公式が解答を与える。つまり、Wick 公式に相当するのが Weingarten 公式であり、その基礎的重要性は明らかであろう。

Weingarten 公式に関する一連の研究での共同研究者の一人は鹿児島大学の松本紹氏 (専門は表現論、組合せ論辺り) である。2022 年、Notices of AMS に Collins 氏は Weingarten 公式の概説論文を載せたが、その共著者の一人がこの松本氏である。Collins 氏が松本氏と接点を持った経緯は知らないが、最近、松本氏が前述の Śniady 氏と一連の共同研究を進めているのは Collins 氏との繋がりが大元と推察している。このように Collins 氏を媒介して繋がる研究者も多い。そこから大きな恩恵を受けている研究者も多いだろう。Collins 氏は正に研究者ネットワーク構築の達人なのである。

最近の仕事で重要なものは Annals から出版した Charles Bordenave 氏との共同研究であろう。この仕事は 2023 年 1 月の Séminaire Bourbaki で取り上げられたことから

その影響力がわかる。しかし、この仕事については Bourbaki lecture 論文に任せ、ここでは私的な感想を含めたことを書いてみよう。

量子情報理論の重要問題の一つに最小出力エントロピー (minimum output entropy) の加法性の問題がある。加法性が一般に破れることは 2009 年に出版された W.K. Hastings 氏の有名な仕事で、ランダム行列の応用として証明された。私の記憶では、Collins 氏はこの仕事に即座に注目し研究を始めた。これは共同研究者を巻き込んで自由確率論と量子情報理論の接点を創出するに至った。ちなみに最初の段階を見ていた私は流行り物への嫌悪のような感情を心の内に抱いたことを白状するが、Collins 氏の快進撃を見て考えを改めたことを告白しなければならない。なお、この方向では Collins 氏は海外の大学で数学 (量子情報理論) に転向した山形大学の福田素久氏を研究仲間に入れた。当時、福田氏はケンブリッジ大学で学位を取った後、ポスドクの身分で海外を転々としていたはずで、Collins 氏のおかげで我々に福田氏という新たな研究仲間ができたわけである。

最近で言えば、作用素環の構造に関わる予想があり、それをランダム行列の問題に帰着する仕事は口頭発表された。Collins 氏はとても面白いアプローチで可能性があると私に言っていたが、私はその種の作用素環の構造に関わる問題がそういう調子では解けるはずがないと思った。しかし、昨年になり、帰着する部分の論文は出版され、対応するランダム行列の問題は見事に解かれたのである。つまり Collins 氏の見立ては正しかった。これは Collins 氏の仕事ではないが、氏の嗅覚の良さが見てとれる。やはり、何事も先入観を持たずに面白がって取り組まなければならないということを私は密かに学んだ。ちなみにこの原稿を執筆中に Collins 氏は Bordenave 氏と共同でこの問題の別証明を与えたプレプリントを公開した。当然、ランダム行列を使うものである。

Collins 氏は実に様々な仕事をして来たのだが、ある種の独特なセンス、それに基づくコラボレーション力が特筆される。また、Collins 氏は真の国際性とはかくあるべきというのを体現する存在であり、若者が見習うべきロールモデルである。ちなみに、Collins 氏は日頃から日本の若手数学者はもっと海外のポスドク経験をするべきだと (私には) 言っており、実際に、大学院生などが海外に出るサポートもしてくれている。すでに多数の雑誌のエディターとしても活躍しており、2023 年度は数学教室で主任を務められると Collins 氏から聞いた記憶がある。数年前からは後進の指導に対する情熱を聞くことも多くなり、私自身が刺激を受けている。いつも忙しそうにしているにも関わらず、私に送ってくるメールは大抵長文で、気配りに溢れたものである。やはり忙しい身であるので、健康に気をつけて、さらに多くの人を巻き込んで、これまで以上に活躍されることを期待している。