

小林俊行先生へのランス大学名誉博士号授与に寄せて

東京大学大学院数理科学研究科
大島 芳樹

小林俊行先生がフランスのランス大学で名誉博士号 (Doctorat Honoris Causa) をお受けになりました。心より敬意を表するとともにお祝い申し上げます。小林先生は、世界を飛び回って数学の研究・教育を牽引されていますが、ランス大学にも 2008 年に客員教授として滞在されて以来たびたび訪れ、また現在ランス大学の数学部門の Director である Michael Pevzner 教授とは 10 年以上にわたり共同研究をされて多数の共著論文も書かれています。ランスでは、小林先生の 50 歳の記念集会や Alexandre A. Kirillov 教授の 81 歳の記念集会など表現論の研究集会が何度も行われており、この分野の研究者にとっては縁のある場所です。本年 6 月には小林先生の 60 歳記念研究集会 “Symmetry in Geometry and Analysis” がランス大学で開催され、ちょうど研究集会が行われた週の 6 月 10 日に名誉博士号授与のセレモニーが行われました。セレモニーには大学の関係者とともに、ヨーロッパ・アメリカ・日本などの各国から集まった研究集会の参加者が出席し、嬉しいニュースを共有しました。

小林先生の数学については、ぜひご本人が解説された記事や論文をご覧ください。雑誌 ‘数学’ の記事など非専門家にも向けられた解説もごさいます。このたび数学通信にこのような場をいただきましたので、以下でも少しだけご紹介させていただきます。小林先生は、「Lie 群の無限次元表現の制限, 分岐則」, 「擬 Riemann 多様体の大域幾何」, 「極小表現を背景とする大域解析」, 「可視的作用と無重複表現」などいくつものテーマで新しい数学を切り拓いてこられました。

「表現の制限, 分岐則」とは、群の既約表現と部分群が与えられたときに、表現を部分群の表現とみなすとどのように既約分解するかを問うものです。fusion rule とよばれる既約表現のテンソル積分解は分岐則の特別な場合になります。簡約 Lie 群に対する表現の分岐則について、表現が有限次元の場合には古くから研究があり、また部分群がコンパクトの場合は Harish-Chandra による半単純 Lie 群の表現論において重要な役割を果たしました。一方で、表現が無限次元で、部分群が非コンパクトの場合には一般に表現の制限は連続スペクトルを含み、その振る舞いは格段に複雑になります。限られた場合を除いて表現の分岐則は知られておらず、非コンパクト群への制限についての一般理論を作ることは極めて困難であると思われていま

した。このような状況の中で、小林先生は制限が離散スペクトルを含まないような良い振る舞いをする（離散分解する）設定が実際には豊富にあるという当時の常識を覆す現象を発見されました。さらに三部作の論文

Discrete decomposability of the restriction of $A_q(\lambda)$ with respect to reductive subgroups and its applications, I, II, III

(Invent. Math. 1994, Ann. Math. 1998, Invent. Math. 1998)

において、そのような現象を根本から捉える一般的枠組である ‘admissible’ という概念を導入し、超局所解析と代数的表現論を用いる手法でその判定条件を与え、表現の離散分解の基礎理論を構築されました。理論が発表された後、離散分解の設定で分岐則の明示公式を求める研究が様々な手法を用いて行われました。また、等質空間の調和解析や局所対称空間の modular symbol の研究にも応用されて新しい手法をもたらしました。さらにその後、小林先生は離散分解しない場合も含めた一般的設定で、分岐則における次のような 3 段階 ABC のプログラムを提唱され、各段階それぞれの研究を推進されています。

Stage A: (Abstract features of the restriction)

Stage B: (Branching laws)

Stage C: (Construction of symmetry breaking operators)

Stage C は分岐則の抽象的記述を深化させ、関数空間など表現空間の具体的な実現をもとに、群の表現空間から部分群の表現空間への絡作用素（対称性破れ作用素）を具体的に構成することを意味しています。小林先生はこの系統的構成のために代数的 Fourier 変換を用いる方法 ‘F-method’ を開発されました。この方法により、保型形式に対する Rankin–Cohen bracket や共形幾何における Juhl の微分作用素などを含む新しい作用素の族が構成されました。

「擬 Riemann 多様体の大域幾何」も小林先生の先駆的な研究の後、さまざまな分野から研究者が参入し、大きく発展したテーマです。「多様体の局所的な構造を決めたときに、大域的な形がどのような制約を受けるか」という幾何学における基本的な問題は、Riemann 多様体の場合は 20 世紀半ばから長い研究の蓄積がありましたが、不定符号をもつ計量の空間など Riemann 幾何の枠組みを超えるとほとんど未開拓であり、全く新しい考え方・手法が必要でした。小林先生はこの問題に世界に先駆けて取り組み基礎理論を構築されました。局所的に均質な空間の大域構造を決定するのに本質的な役割を果たす、離散群の等質空間への作用が固有不連続になるかを判定する方法を開発し、局所構造によっては閉じた（コンパクトな）大域構造を持たないという Calabi–Markus 現象の解明、剛性・大域構造の連続変形の新しい

現象の発見をもたらしました。1980年代に小林先生がひとりで創始された理論は、1990年代からさまざまな分野の研究者が参入し、離散群、ユニタリ表現論、エルゴード理論、力学系、特性類など多岐にわたる方向から、現在に至るまで活発に研究されています。さらに、近年は局所的に均質な空間の上の大域解析についても新しい研究をなさっています。不定値計量の場合にはラプラシアンはもはや楕円型でなく、解析に関しても **Riemann** 多様体の設定とは大きな違いがあります。この大域解析についても、積分幾何、偏微分方程式、離散群の作用の定量化を用いて新しい手法を開発して、大域構造の変形で安定なラプラシアンの固有値が存在する（“楽器を変形させても変わらない普遍的な音が存在する”）という新しい現象を発見されました。

私が学び始めたときには、上記の分岐則や擬 **Riemann** 多様体の理論は既に確立されていました。小林先生の理論は明快であり自然に感じられるため、以前から知っていたように錯覚してしまうほどですが、その自然さゆえに異なる分野の現象を結びつけて発展を続けているのだと思います。最初に述べましたように本年は小林先生が60歳を迎えられた年で、ランスでの研究集会の他に東京でも9月にお祝いの研究集会“**Geometry, Analysis, and Representation Theory of Lie Groups**”が開催されました。2つの集会の講演者は合わせて45名でほぼ **disjoint** でした。小林先生が率いてこられた数学の広がり、深く関わった研究者の幅の広さを実感する機会となりました。

小林先生はご自身の研究とともに後進の育成にもご尽力されています。私もその恩恵にあずかった一人です。先生が2007年に京都大学数理解析研究所から東京大学大学院数理科学研究科に移られたときに、私は学部の4年生でした。大学院でのご指導をお願いしようと考えて、研究のお話を伺いたいということで初めてお会いしました。「可視的作用とはどのようなものか」、「極小表現はなぜ面白いのか」などのことを噛み砕いて説明してくださいました。話は加速していき私は途中から置いていかれましたが、熱のこもったお話を2時間近くしてくださり、とにかく先生のエネルギーに圧倒されたことを覚えています。また大学院在学中には小林先生と共著論文を書く機会をいただきました。表現の離散分解についての先生の判定条件をもとに離散分解する設定を分類するという内容でしたが、分類をして結果を一通り書き下した後の論文の仕上げに時間を費やしました。単に結果を記すだけでなく、背景にある考え方、本質的なところをどのように伝えるか、丁寧に気を配っていらっしかったです。一度書いた部分も大胆に構成を変えたり、どう表現するべき

か時折考え込まれたりすることもあり、妥協せずにより良いものを作ろうというお考えが伝わってきました。

大事なことをいかにして伝えるかというお考えは先生のご講演にも表れていると思います。小林先生は世界各地で数多くの招待講演をなさっていますが、特にハーバード大学では、1学期間の連続講義を2001年と2008年の2度なさっています。私がポスドク研究員としてアメリカに滞在していた時に小林先生のところで学位を取得したことを同世代の研究者に話したところ、ハーバードでの連続講義に感銘を受けたという話を複数の人から聞きました。さらに、小林先生は数学を志す人のための講演だけでなく広い学生を対象とした授業にも力を注がれています。10年以上担当されている東大文系1,2年生を対象とした身の回りの現象を題材にした講義は大変人気があり、大教室の座席が足りずに立ち見や床に座って聴く学生で溢れ、入りきれなかった学生のために夜に再度講義をされたこともあります。

研究や教育に精力的にかつ献身的に大きな仕事を続けていらっしゃる、見習わなければならないと思いつつも真似できるものではなく、いつも敬服しております。大変お忙しいと思いますが、これからもお元気でご活躍を続けていかれることを願っています。