

# 入江慶氏の令和4年度科学技術分野の 文部科学大臣表彰若手科学者賞受賞に寄せて

ニューヨーク州立大学サイモンズ幾何物理センター  
深谷 賢治

入江さんが、令和4年度の文部科学大臣表彰を受賞されたそうだ。まず、おめでと  
うと申し上げたい。

入江さんの業績はシンプレクティック幾何学についてのものがおおい。入江さんは  
京都大学で学位を取得されていて、そのときの指導教員は深谷だが、私はそのとき、  
彼に研究すべき問題を出したことはない。京大時代の研究は、ビリヤードの力学系  
(凸な図形の壁で反射する物体の力学系)とか、余接束の上のホーファー容量とかい  
う、古典的なハミルトン力学系の問題を大域シンプレクティック幾何学の手法で扱っ  
たものである。

大域シンプレクティック幾何学も2, 30年ぐらいまえだと、新しい分野で、勉強す  
ることも、比較的少なく、問題もいろいろと転がっていたが、入江さんが現れたころ  
(2010年ぐらいだろうか)には、だいぶ道具立てもすすみ、一通り勉強するのも大  
変になってきた頃である。普通そういうふうになんて難しくなってきた分野で、最初  
に論文を書くときは、難しい言葉を使った問題で、その問題を理解するのはそこそ  
こ大変だが、分かると、比較的簡単に解ける問題を選ぶのが楽である。昔ある人か  
ら、最初はそういうことをやらせておいて、それで研究とはどういうことか訓練し  
ていけば、そのうち本人の新しいアイデアが含まれた独創的な論文が書けるようにな  
ります、それが指導のテクニックです、と教わったことがある。残念ながら私にはそ  
のようなテクニックは未だに身につけていない。

大域シンプレクティック幾何学でもミラー対称性のような「派手」な分野だと、う  
まいタイミングを選ぶと、見栄えのいい結果が(学生にそこそこの力があってよく勉  
強していれば)比較的簡単にできるときがあって、それを見抜いて学生にいい論文が  
書けるようにするのが、指導の腕だったりする。(私の知っているその辺の分野の  
(アメリカの)専門家には、私と違って、そういうことに長けた人が色々いて、い  
つも感心させられる。)

入江さんの京大の大学院生の頃の研究は、そういうのとは違って、難しい言葉  
を使わなくても、結果が明確にわかるものである。一方それを導くには、大域シン  
プレクティック幾何学の難しいハイテクをきちっと使いこなさなければならず、それ  
だけではなく、斬新なきらりと光るアイデアが含まれている。(難しい道具立てがあ  
っても、古典的なハミルトン力学系でそれだけで解ける問題は、もちろんとっくの昔  
に誰かが解いている。)

入江さんは学部は東大の出身だが、かれが大学院で京大に来る直前に、(当時)東大数理の教員だった人から、来年京大に来る入江というひとは、滅多にでないとても良くできる学生ですよ、と耳打ちされた。へーと思って、セミナーなど付き合うと、確かに良くできる。さあ、どんな方向に進ませて、どんな問題をやらせたらいいだろうか、と考えていたら、こんなことが出来ました、と突然新しい結果を出してきた。いわれれば明確に意味深い問題であるが、私はそもそもその問題を知らなかった。

その後私はアメリカに移動したが、入江さんは、日本の学振の海外派遣の援助をもらって、私の勤めているサイモンセンター (SCGP) に 1 年きていた。そのときとの直前に、入江さんはいくつかの画期的な仕事をしている。

一つは既約な 3 次元多様体が 3 次元複素ベクトル空間のラグランジュ部分多様体になるための必要十分条件の決定である。擬正則曲線をつかったシンプレクティック幾何学の研究は、(複素) 2 次元の場合には、非常につよい結果が出るものがしばしばあるが、それを超えた次元では、なかなか応用が難しい。エリアッシュベルグはたしか日本数学会の総合講演で、4 次元を超えると擬正則曲線は *useless* だ、という冗談を言ったことがある。(これは流石に本気ではなく、冗談だとおもうが。) 入江さんの結果をみれば *useless* とはいえなくなる。証明には擬正則曲線以外に、サリバンが始めた **String topology** というループ空間上の代数的位相幾何学をつかう。サリバンはそれを 2000 年ぐらいにいい出したのだが、それを完成させるには、ループ空間上のサイクルの交わりの横断正則性の問題があって難しい。サリバンは 10 年ぐらいはそれに取り組んでいたはずだが、綺麗に完成したとはいえなかった。(サリバンとチャスが書いた **String topology** の論文は、大変いい論文だが、結局出版されなかった。) 私は 2005 年ぐらいに、それがうまくいけば、擬正則曲線と絡めて、上記の結果ができる、ということを論文に書いた。その後、折を見て実現するために色々考えていたが、出来なかった。(私のその論文の横断正則性に関する部分には重大な誤りがある。) お蔵入りになりそうな状況で、入江さんは、ループ空間のホモロジーの新しいチェインモデルを考えて、サイクルの交わりの横断正則性の問題を、少なくとも上記の応用が可能なところまで鮮やかにやってみせた。このあたりの横断正則性の問題は、論争があるところで、文句をいう人が多いのだが、入江さんのやり方や書き方は、あまりに明快で鮮やかなので、ほとんど文句が出なかった。たしか、スタンフォードだったかで、そんな剣呑な人がいるところで話をして、なるほどよく分かった、といわれたらしく、これでいいんでしょうかね、といていたという。入江さんは一見地味な雰囲気の人で、ことばもあまり多くないが、話すときは実に明快である。

もう一つの大きな仕事は、ハミルトン力学系の **closing lemma** に関わるものである。**closing lemma** というのは、力学系をちょっと摂動すると、周期点とか周期軌道が稠密になるようにできるというものである。「摂動」の意味をどの位相でとるかで色々な種類がある。これは基本問題で、スメイルが挙げた 10 個の数学の最重要未解決問題のリストに入っている。入江さんのアイデアは、埋め込まれた接触ホモロジー

(embedded contact homology=ECH)の定量版とそのサイバークワッテン理論との関係を使う、というものである。ECHはタウベスらによって、3次元のワインシュタイン予想(接触多様体上のレーブベクトル場の閉軌道の存在)とかかわって導入されたもので、それがゲージ理論のサイバークワッテンフレアーホモロジーと等しいというのは、タウベスらによる基本定理である。その定量版はハッチングス(タウベスの元学生で、ECHには定義から関わり、基本的で重要な仕事をたくさんしている。)らによるもので、ゲージ理論との関係も定量版まで広がる。ECHはレーブベクトル場の閉軌道にかかわるが、その定量版がサイバークワッテンフレアーホモロジーの定量版とかかわるということを使うと、周期軌道が稠密であるということが示せる、というのが画期的なアイデアである。ECHやそのサイバークワッテンフレアーホモロジーとの一致は、それだけで、膨大な論文が書かれるハイテクだが、さらに定量版が必要になる。それを、古典的な問題に鮮やかなアイデアで応用してみせたわけで、学生のころしていたような数学を一段とスケールを大きくしてやったという感じである。このアイデアはその後の浅岡さんとの共同研究につながった。最近では、彼らの手法は、色々な人が使い始めている。

入江さんにはこの研究のアイデアを極小曲面の問題に応用した研究がある。それは、リーマン計量を少し摂動すると、含まれる極小曲面の和集合が稠密になる、というヤウの作った微分幾何学の問題集の一つを6次元以下の場合に解いた研究である。これは、マルケス(Marques)とネヴァス(Neves)という幾何解析で有名な研究者との共同研究である。入江さんは、SCGPにいるとき、筆者のところに来て、closing lemmaのときのアイデアとマルケス-ネヴァスの研究(極小曲面の体積スペクトルについてのワイルの法則というものらしい。)をあわせると、上記のようなことが出来そうなのだけれど、と説明してくれた。また、来週彼らがSCGPの研究集会に来るみたいなので、話し合ってみようといってきた。ワイルの法則というのは、確か測地線のときはワイルの研究と関わっていて、そう思うと、ECHの定量版とも関わるのだろう。「極小曲面の和集合の稠密性」と「閉軌道の稠密性」もいわれれば似ている。ただし、いわれなければ、そんなことは考えもしない。

入江さんは寡黙なひとなので、コミュニケーション能力があまりないように見えるのだが、私はさらにないので、紹介するというわけにはいかず、まあ、気をつけて話してきてください、ぐらいのことをいった。実は、入江さんはコミュニケーション能力もあるみたいで、共同研究は大変うまくいったらしく、とても良い論文になったのだと思う。

この研究もその後も進展しているようなのだが、勉強不足なので、書けない。

今後も、入江さんの研究が順調に進展することは、心配する必要がなさそうなので、今度はなにが出てくるのか楽しみにしている。