

数学教室だより：海外編

National Research University Higher School of Economics, Faculty of Mathematics (ロシア連邦, モスクワ市)

田口編集長からは「ロシアとウクライナがかういふ状態になつてしまつたので、ロシアとウクライナの数学者たちは今どうしてゐるだらう？」という事について何か書かないか、というお話を頂きましたが、事態が流動的である事、情報の真偽を確かめるのが大変な事、情報提供者に迷惑が掛からないか、等々の問題があるのでお断りしました。その代わり、そもそも「こういう状態」になる以前の、普通のロシアの大学数学について日本でそれほど知られている訳ではありませんから、この『数学教室だより』の場をお借りして私の勤務校の様子を書かせて頂く事にしました。

1 National Research University Higher School of Economics (HSE) について

HSE¹ は 1990 年代初頭に、ソ連崩壊後の市場経済に対応できる経済の専門家を育成する事を目指して設立されたロシア連邦の国立大学です。その後ビジネススクールや法学部、人文学部、社会科学部等の様々な学部を作り、国の大学合併政策で他の大学を吸収合併したりして、名前に「経済」と入ってはいますが実態は巨大な総合大学となっています。理系に限っても、数学、物理、化学、計算機科学、生物学・バイオテクノロジー等の学部があり、モスクワ電子工学数学大学（情報工学系）も吸収合併されて下部組織になっています。

ロシアの大学と言えば 18 世紀に礎が築かれているモスクワ大学とサンクトペテルブルク大学が二大巨頭ですが、HSE は歴史が浅いにも関わらずそれらに伍する勢いです。

¹最初の日本人教員として私が 2009 年 4 月に着任した当時はこの大学は日本ではそれほど有名ではなかったのですが、勝手に『ロシア国立大学経済高等学校』とほぼ直訳していました。ところがアッと言う間に知名度が上がって日本のマスコミにも登場するようになり、そこでは『国立研究大学経済高等学院』と訳されているようです。以下では“HSE”を使います。

2 数学学部について

HSE の数学学部は 2007 年に設立され、2008 年 9 月に最初の一年生が入学しました (ロシアの学年は 9 月に始まり、6 月に終わって 7, 8 月が夏休みです)。この学部はモスクワ独立大学 (Independent University of Moscow; 以下 IUM) という「大学」を母体としています。これは 1991 年にロシアの数学者達が「昔のモスクワ大学の数学の黄金時代を取り戻そう」とソ連時代のシガラミから逃れて作ったものですが、「大学」と括弧付きにしたのはロシアの法律上の大学としての地位が無いからです²。2007 年に HSE が IUM に「世界レベルの卓越拠点として」下部機関とならないかと提案し、独立性を担保したい IUM 側は、HSE に数学学部を新設する、という形で協力しました。このような経緯から、「昼は HSE の数学学部で、夜は IUM で」という形で授業を受ける学生も多くいます³。

現在のロシアの数学は、大学ではモスクワ大学力学数学部⁴、サンクトペテルブルク大学数学力学部⁵と HSE 数学学部⁶、科学アカデミーの方ではモスクワの Steklov 数学研究所、Steklov 数学研究所サンクトペテルブルク支部 (とその下部組織 Euler 国際数学研究所)、ノボシビルスクの Sobolev 数学研究所等が中心となっています。IUM 設立の経緯とも関係するようですが、HSE 数学学部はモスクワ大学の力学数学部に対しては対抗意識があるように感じられます。

HSE 数学学部創立当初は教員は十人程度でしたが、その後急速に拡大し 2012 年には約六十人、現在は百数十人という大所帯となっています。拡大の一つの理由はラボラトリーと呼ばれる下部研究機構の設置です。最初のラボは 2010 年に出来た代数幾何とその応用ラボラトリーで、ロシア連邦の“Mega grant”という大きなグラントを取って設立されました。このグラントは「その分野の世界的な研究者の下で」という条件があり、代数幾何ラボラトリーのトップは F. Bogomolov 氏です。その後、Mega grant によるものではありませんが、表現論と数理論理学国際ラボラトリー (Skoltech という別の大学と共同で、トップは A. Okounkov 氏)、ミラー対称性と保型形式国際ラボラトリー (トッ

²モスクワ独立大学については、田邊晋氏が「数学セミナー」誌 2005 年 2 月号に詳しい紹介記事を書いています。

³IUM は大学として認可されていない為に、例えば兵役猶予が無く、IUM の学生は HSE の学生となると「大学生」としての権利が使える利点があります。

⁴正確には「数学」はこの学部の一部ですが、普通は「モスクワ大学の数学の学部は力学数学部」と言われ、“мехмат (mekh-mat; メフ・マト)” という愛称で呼ばれます。

⁵モスクワ大力学数学部と同様、数学以外の部門も入っています。愛称は“матмех (mat-mekh; マト・メフ)”。

⁶愛称“матфак (mat-fak; マト・ファク)”。

プは V. Gritsenko 氏), クラスタ幾何国際ラボラトリー (トップは M. Shapiro 氏) が出来ました. こうしたラボラトリーの人は必ずしも授業を担当しないので, 授業をする人は百人程度です.

但し, 今後は政治情勢の影響で外国に出ていく人が多くなる事が予想されます.

代数幾何ラボラトリーが出来た頃は数学学部には全体として代数関係者が多く, 他の専門の人からは偏りが指摘されたりしましたが, 今は偏りは小さくなったと言って良いでしょう. また, 近々応用数学のラボラトリーも出来ると聞きました.

ロシアでは教員の兼担は非常に一般的で, いくつかの研究機関に籍を置いている教員が数多くいます. むしろ, HSE だけに籍を持っている教員の方が少ないかもしれません. 例えば, 科学アカデミーの研究所の「基盤講座」というのが HSE 数学学部内に三つあり, それぞれ Steklov 数学研究所から 7 人, Kharkevich 情報伝達問題研究所から 11 人, Lebedev 物理学研究所から 6 人の所員が非常勤の数学学部の教員となっています.

この兼担のせいもありますが, 各教員のオフィスはそれほど小さくなく, しかも複数人で使っています. これはロシアの研究・教育機関では一般的で, よほどの偉い人でないと一人でオフィスを専有する事は稀です. 普通の人にはオフィスに来るのは授業か研究セミナーのある日だけですし, 本をオフィスに置く事も少ないのであまり問題は起きないようです. が, 私の所は例外で, 私が日本から持ってきた本がオフィスの書棚に入り切らなくて困っていた所に, 最近学部に入った新たなオフィス・メイトがやはり本を沢山持っている人なのでトラブル発生. 学部に頼んで, 廊下に我々用の新しい書棚を置いてもらいました.

3 数学学部の学生について

学生数は, 最初は学部の一学年が三十人程でしたが, 現在は学部 (四年間) の「数学プログラム」の定員は一学年 75 人 (内 60 が学費無料, 15 は有料 (年 45 万ルーブル = 約百万円⁷), 有料枠の内 5 が外国人留学生), Centre of Teaching Excellence という高等教育機関との「共同学部プログラム」は 31 人 (内 25 が学費無料, 6 は有料 (年 40 万ルーブル = 約九十万円), 有料枠の内 1 が外国人) となっています⁸. また, 大学院修士課程 (二年間) は数学コースは 44 人 (30 が学費無料, 14 が有料 (内 9 が外国人)),

⁷以下, 2022 年 8 月のレート (1 ルーブル 2.2~2.3 円位) で計算しています. 2022 年 2 月までの二年ほどは 1 ルーブル 1.5 円でしたので, そのレートだと円での数値は三割以上安くなります.

⁸ちなみに, モスクワ大学力学数学部は一学年三百人以上だそうです.

数学と数理物理学コースは 36 人 (30 が学費無料, 6 が有料 (内 1 が外国人)), Centre of Teaching Excellence との共同コースは 29 人 (23 が学費無料, 6 が有料 (内 1 が外国人)) (有料の修士課程の学費はどれも年 40 万ルーブル = 約九十万円). 博士課程 (四年間⁹) は (定員は他学部と合わせて設定されているのではっきりしませんが) 各学年三十人前後で, 自動的に少なくとも月 4 万ルーブル (約九万円) の奨学金 (給付) が出ます (学費無料).

HSE 数学学部入学のための選抜は, 基本的にロシア全体で行われる高校生¹⁰ の EGE (統一国家試験; ロシア文字だと E Г Э) に基づいて行われます. ドイツの Abitur やフランスの Baccalauréat の類と思って下さい. HSE 数学学部の創設当初は独自入試もやっていたのですが, 現在は EGE 一本になりました. EGE の数学, 物理または情報科学, ロシア語の三科目の点数で選抜されます.

但し「基本的に」と書いた通り, 少し調整項が付きます. 「数学オリンピック」での成績が加味されるのです. ここで言う「数学オリンピック」は日本でも有名な「国際数学オリンピック」に限りません. ロシアでは「数学オリンピック」には, 一つの大学が主催して行う小規模なもの (HSE も行っています) から, 都市規模のもの, 全露オリンピックなどいろいろな種類があり, おそらく日本語なら「コンクール」か「コンテスト」というのが語感としてはピッタリするでしょう¹¹. 法律で「レベル 1」, 「レベル 2」といった区分がされていて, どのレベルの数学オリンピック (あるいは物理学オリンピック, 情報学オリンピック, ロシア語オリンピック) でどの程度の成績を収めたかに応じて, 入学選抜では「EGE の点数に依らず合格」とか「EGE の点数に何点加算する」といったルールがあり, この上で合格者が決まります. 「オリンピックの結果で入学した」学生数は年によって増減しますが, 平均すると四割程度です (但し, 去年と今年は少な目です).

卒業後の進路は, 学部の場合 HSE の大学院に進学するのが三割, HSE から外に出てロシア国内で進学若しくは就職するのが五割, 外国の大学の大学院 (ヨーロッパ, 北アメリカ) に行くのが二割, 修士課程の場合は HSE の博士課程に行くのが三割強, ロシア国内で HSE 以外に進学若しくは就職が五割強, 外国の大学の博士課程に行くのが一割強となっています. 今後は政治情勢絡みで卒業後に外国へ行こうとする学生が増える可能性は高いでしょう.

⁹念の為; 修士課程とは別です. したがって, 修士・博士と続けると六年間です.

¹⁰「高校」とは書きましたが, ロシアでは小中高が一体となっていて単に「学校」という名称です. 6 歳で「一年生」として入学し, 飛び級しなければ 17 歳で「十一年生」として卒業して大学入学です. ロシアの大学等の高等教育機関への進学率は 76 %ほどです (日本は 61 %).

¹¹原語では олимпиада (olimpiada) なのでどうしてもオリンピックと訳してしまいます.

就職する場合は、銀行・保険業界でアクチュアリーやアナリスト、IT系企業で技術系の仕事、教職等に就く人が多いそうです。四年生、時には三年生の内から正規に働いている学生もいます（もちろん、インターンシップとして働く人もいます）。HSEが「良い大学」である事もあって、学生の就職活動は非常に楽で、就職の話題が教員の口に上る事はほとんどありません（そのため、詳しい実態はよく知りません）。もっとも、今の情勢は学生の就職にも影響を及ぼしていくのではないかと思います。

4 数学教育について

一年生、二年生は必修講義がほとんどです。「数学プログラム」のコースだと今年の間割によれば（年度によって多少変動があります）、

- 一年生では「離散数学とトポロジー入門」（命題論理、述語論理、集合論、位相空間論の基礎的な用語；トポロジーについては、最後には被覆空間の話切りまでやるようです）、「代数」（群、特に有限群論、環論と体論の基礎）、「幾何」（標準的な線形代数（ n 次元まで含む）と平面幾何、射影幾何）、「数学解析」（標準的な微積分；実数の定義から一変数連続関数、微分、Riemann積分、 \mathbb{R}^n の位相、多変数関数の微積分等）。
- 二年生は「代数」（一年生の復習と体論を Galois 理論の基礎まで）、「離散数学」（組合せ論）、「微分方程式」（常微分方程式論；具体的な解き方の他に、力学系的な話）、「測度と積分」（前半で Lebesgue 積分を有界変動関数の切りまで、後半で Fourier 解析を Laplace 方程式や熱方程式を解く切りまで；去年までは「数学解析」という名前でした）、「可微分多様体」（所謂ベクトル解析も含む標準的な可微分多様体論、ベクトル束や de Rham コホモロジーまで）、「力学」（Newton 力学を Lagrange 形式や Hamilton 形式まで）、「複素変数関数論」（標準的な関数論を有理型関数や真性特異点の切りまで）、「確率論」（測度論との関係から始めて中心極限定理まで）。

「共同学部プログラム」ではこれより少し減ります（講義は「数学プログラム」の学生と一緒に受けます）。

これらの授業には「セミナー」という名前の演習が付き、十数人のグループに分かれて、問題演習を行います。これは基本的には学生に問題を配って黒板で解かせる、というのですが、授業によっては講義担当者が「講義」のコマでは扱いきれない話題を「セミナー」の方で説明するようにセミナー担当者にふってくる事もあります。私も解析の

セミナーを担当して、少なくとも二十年は触った事の無かった Lebesgue 非可測集合の構成を復習する事になりました。

これとは別に、HSE 数学学部独自の方式だそうですが、「問題リスト」というものがあります。これは上の各講義で一学期¹²に二、三枚の問題リストが配られます。科目によりますが、一枚に数題から十数題、やや難しい問題が載っていて、それらの問題を解いて一対一の口頭で講義担当やセミナー担当の教員あるいは TA に、授業とは別の時間に解答を説明する、というものです。数学学部が「個人指導」に力を入れている事の現れでもあります。教員の負担も大きく、特に私の場合はロシア語の特訓という感じになります。

学期末等の試験も、筆記で行う場合と口頭試問で行う場合があります。

口頭試問の場合は、事前に「試験問題リスト」が公開されます。学生は試験時に試験室に来ると、そのリストから二題ないし三題が抜粋された「ticket」をクジ引きのように引きます。三十分程度の準備時間を与えられ、解けたら手を挙げる等して教室の中で待機している先生を呼び、解答を説明します（全問一度に見てもらっても、一問毎に見てもらっても良い）。「間違った場合に何回まで再挑戦出来るか」等の細かいルールは各科目によります。

この試験はかなり多くの試験官が必要なので、講義やセミナーの担当者だけではなく学部全体から応援を募ります（一定数の応援に参加する事が義務とされています）。

筆記試験の場合は、解答のチェックを講義担当、セミナー担当の教員が分担しますが、面白いのは問題は複数のバージョン（例えば方程式の係数が違う）が作られ、「隣り合う席には別のバージョンを配る」という事になっている事です。ロシアの学生達は情に厚く、お互いによく助け合いますので…（察して下さい）。

三年生、四年生では必修はほとんど無く（年度によって、「力学」や「確率論」を三年生でやったり、「数学史」が入ったりします）、選択科目（ほぼ全てが三、四年生、大学院の共通講義）は毎年教員が自分の専門についての科目を開講します。三十から四十あるので、ここで名前を列挙はしません。但し、受講者が定員に満たずに結局開かれない、という場合もあるので、実際にどれくらいの数が開かれているのかはよく分かりません。「講義」という形と「科学研究セミナー」という形があり、後者の方が単位は少ないけれど受講者数の開講条件は緩くなります。

数学関係以外の必修科目は英語、体育等で数は少なく、「マイナー」と呼ばれる他学部

¹²学年前半の秋学期は 9 月から 12 月の四ヶ月、後半の春学期は 1 月から 6 月の六ヶ月です。学年が 9 月 1 日始まりで 6 月に終るのはロシアの伝統ですが、学期の区分はロシア標準ではなく HSE のものです。

の自由選択科目は二年生と三年生で四つまで取れます。全体的に日本に比べて専門科目重視のようです。(私は学生時代いろいろな教養科目講義を取ったので、「もっと取らせた方が良いのでは?」と思わなくもないです。)

5 Course work と卒業論文

最後に、HSE 数学学部が個別指導を徹底している事と研究レベルの数学を教えている、という特徴がよく現れている course work と卒業論文についてお話します。

HSE の学部一年生から三年生の学生と修士一年生は、指導教員の下で一年間掛けて勉強ないし研究した事を“course work”というレポートとして提出します。学部四年生では卒業論文、修士二年では修士論文を提出するので、言わばその予行演習です。「指導教員」と言いましたが、自主性が尊重され「学生は自分の指導教員には三週間に一回以上コンタクトを取る事」となっています¹³。尚、学部三年生での指導教員は自動的に四年生でも同じ学生の指導教員を務め、修士課程では二年間を通じて指導教員を変えない事が原則です。

実際、例えば学部では卒論と三年生の course work の評価は同じ基準に基づいて行われます。評価基準は「完全な review の場合は『優』(10 点満点で 8 以上)はつけない」、「10 は良い雑誌に掲載できるレベル」といったかなり厳しいもので、指導教員は詳しい評価書を書かなくてはなりません。卒論の場合はレフェリーによる評価も必要です。最終的には評価委員会の前で口頭発表 (defence) をやって評価を決めます。修士課程でも同様です。(学部一年生、二年生の course work の場合は、「よく勉強して、内容がうまくまとめられているか」、「数学の『書き方』が分っているか」といった点が基準です。)

最近では応用数学(特に機械学習等)をテーマとして選ぶ学生が増えてきましたが、現時点では学部にそういう専門の人はいません。こういうテーマを希望する学生は他学部や学外の先生に指導を受ける事が出来ます。また、今後は学部の応用数学系の教員も増える、と聞きました。

長くなりましたが、以上で紹介を終わらせて頂きます。

(文責：武部 尚志, 2022 年 9 月 20 日記)

¹³でも、本当に三週間で良いとしておくと、教員・学生双方が会うのを忘れて、締切間際で慌てる、という事が起きる(起きた)ので、私は自分の学生には報告する事が無くても週一回来るように指導しています。