

書 評

組合せ論の発見

—古代から現代へ—

Robin Wilson, John J. Watkins 編, 高瀬正仁 監訳, 平坂貢 訳
共立出版, 2021 年

広島工業大学工学部
谷口 哲至

「ああ、こんな本があったんだ！」と思わずにはいられませんでした。そして、本書が魂の一冊であるということについて詳細を知ることにもなりました。いきなり個人の感想から入り、何とも頼りない書評となりそうですが、読んで頂けると幸いです。

組合せ論は小中学生でも理解できる簡単な概念からスタートでき、実生活においても応用がきき、一般の方々にも馴染みやすい数学の一つです。問題もシンプルなものが多く意味が理解しやすいことが多いと思います。数学での特徴としてパターンを科学することがあるが、組合せ論はその本質にせまることを主目的とする分野ではないかと思います。また、(離散数学との共通部分として) 解析学、幾何学、代数学、統計学など数学の全域に広がる多様な発展をしており、現在でも(私も含め)世界中の多くの数学者が日夜研究に励んでいます。本書は、原著「Combinatorics: Ancient & Modern」の翻訳版であり、それぞれの章で多くの寄稿者が話題を寄せ、ロビン・ウイルソン氏、ジョン・J・ワトキンス氏によって編集されました。編者や寄稿者の名前を見ていると、私が組合せ論を学び研究する中で追いかけた一流の研究者達がずらりとならんでいます。寄稿者はたくさんいるので、彼らの紹介は各章の中で紹介することにします。また、数学の詳細を追うと読み進めることが大変な作業になりますが、本書はトピックを選んで読んでも内容が分かるように構成されていますので、気楽に手に取れる一冊なのではないでしょうか。

組合せ論研究における著名人達から話題を多く集め、原著の編集に携わった方々は困難を極めたであろうと想像されます。組合せ論研究者である私としても、それほど組合せ論の歴史に興味を持ち、調べたいなと考えたことはありません。いや、一流の方々は興味をもって調べているか！？と思いましたが、あとがきを読んで偉い先生も知らないことが多そうで少々安心しました。興味を持ち、数学仲間二、三人集めて書に残そうと思ったとしても、組合せ論の資料をこれほど多く集め、一つにまとめ上げることは凡そ不可能なことであると感じます。専門領域の歴史を知ることが、自身の研究の動機にも大きく影響を与えることを私は経験として知っています。また、学術雑誌や大学の図書館に

アクセスすることは、一般の方々には考えが及ばないでしょう。それ故に、歴史の流れを知ることも、内容の詳細に及ぶこともこれまでは不可能でした。本書に携わったすべての方々には、畏敬と感謝の念を覚えざるを得ません。

ところで、本書の訳者達は何故原書を訳したいと思ったのか？ 読み進めることで、その「心」に迫ることも訳本を読む上での楽しみの一つかなと思います。監訳を努めている高瀬氏は、元九州大学の教授で多変数函数論、近代数学史を専門とする数学者です。「数学史 高瀬」と検索をかけると多くの著作物が出てきます。ネットサーフィンを繰り返して、高瀬氏について調べてみたが、悔しいことに、学生時代、九州大学にいた時に話を聞きたかったなあと、後悔しかでできません。一方、訳者の平坂氏は研究分野の先輩です。平坂氏は代数的組合せ論、私は代数的グラフ理論を専門分野とし、近い関係にあります。彼は韓国の釜山大学で多くの博士号取得者を育て上げ、尊敬して止まない一流の数学者であるとともに数学教育者でもあります。彼はサッカー・囲碁・将棋・麻雀と（組合せ論と関連しそうな）趣味も多様で、まさに組合せ論の申し子といつて良いでしょう。

さて、話をもどします。序文の中で編者も記述していますが、組合せ論の歴史を古代から現代までの流れについて、これほど事細かに紹介する書籍はないでしょう。歴史を知り、先人達の歩んだ道を巡る旅に出るためにも、組合せ論研究者であれば一度は目を通しておくことをお勧めします。四部構成となっており、全体的に図・表・写真などが多く含まれていることが特徴です。

第I部 導入：ドナルド・クヌース「組合せ論の2000年」から始まります。内容が古い箇所は当時の原文のまま書かれており、翻訳作業は大変だったとのこと。実際読み進めてみると、数学とは異なる歴史感で記述された、当時の原文のまま翻訳したせいか、内容を理解することに難しさを感じます。しかし、俯瞰的に組合せ論の歴史について語られており、知らないことばかりです。組合せ論研究者としてこの章を読むだけでも大変勉強になります。二項 n 桁、順列などが初めて現れた文献の紹介から始まります。古代インドの韻律学では音節のパターンを調べるなど、数え上げの研究がされていました。その当時は現在の数え上げの知識もない中で、多くの間違いもあったようですが、この頃から人々の生活の中で問題提起されていたことには驚きを隠せません。更には、和算家関孝和による組合せ論研究、サイコロ投げゲームがつづき、ラモン・リュイによる神の属性・美德・悪徳の組合せによる、真理を得る方法の研究、ベルヌーイによる重複組合せの研究、空集合の出現、集合・整数の分割、1950年以降の計算機の登場による組合せ論の変革の歴史などが簡単にまとめられています。

第II部 古代の組合せ論：楠葉隆徳、キム・プロフカー、アンドレア・ブレアール、アフメド・ジェバル、ヴィクター・J・カツツ、エベルハルト・クノブロッホ、A・W・F・エドワーズらによる寄稿で「古代の組合せ論」が紹介されています。このパートでは

インド、中国、イスラム世界、ユダヤ、ルネッサンス期における組合せ論が紹介されています。ロビン・ウィルソン氏、ジョン・J・ワトキンス氏らは文献を調査する中で、雰囲気や壊さないよう参考文献の文章をそのまま引用したのでしょうか？ 記者が数学専門書ではない文献を読み解きながらの翻訳作業は、とても大変だったと思われます。ここでの話題は知らないことばかりで、私としても大変勉強になるものでした。数学トリビア的なお話が記述されており、読者を組合せ論の魅力に気づかせてくれるはずです。内容の深い理解を得るためには、古代の歴史的教養が要求されます。読み進めるとネットサーフィンをしてしまうなど、(楽しいという意味で) 深みにはまってしまう。私が古代の社会のことに詳しくれば、もっと理解が進んだのではないかと思います。さらに、フェルマー、パスカル、ライプニッツ、ベルヌーイ、ド・モアブルらの貢献による「現代の組合せ論の起源」、そして高校数学でおなじみのパスカルの三角形を含む算術三角形の歴史が記述されています。

第 III 部 現代の組合せ論：このパートに入ると、一般の方々でも大学生の教養レベルの話題として触れた経験があることでしょう。ロビン・ウィルソンによる寄稿で、「初期のグラフ理論」から始まります。この内容は現在でも研究テーマとして散見されるものであり、初学者にとって動機づけとなる内容になっています。与えられた化学式を持つ異なる分子の数を決定するという、異性体の数え上げといった化学の問題も目を引きましますし、有名な四色定理の話は一般の方にも理解しやすい問題であり、我々組合せ論研究者にとっては授業で使う小ネタとして馴染みある内容となっています。

次にジョージ・E・アンドリュースによる寄稿で、「分割」の話に移ります。整数を和に分割することを最初に考えた最初期の人物であるといわれているライプニッツの紹介に始まり、オイラー、J・J・シルベスター、ファビアン・フランクリン、L・J・ロジャーズ、G・H・ハーディ、パーシー・マクマホン、シュリニヴァーサ・ラマヌジャン、ハンス・ラーデマッハーの研究成果が紹介されています。他の問題についても応用の効く数え上げの手法などについて、基本と歴史が簡単にまとめられています。

続く章「ブロックデザイン」は、ノーマン・ビッグスとロビン・ウィルソンによる寄稿です。現在スタイナートリプルシステムと呼ばれる数の配置問題から始まり、カークマンの女子学生問題に触れています。この辺りではスタイナー、カークマン、シルベスターらの研究の関係性に触れつつ歴史を紹介しており、有限射影平面を最初に研究したとされるカークマンの話、射影幾何の歴史に触れています。その中でファノ平面で有名なジノ・ファノによる仕事。そしてE・H・ムーアによる代数的な手法などが紹介されています。位数10の射影平面の非存在について、計算機を用いた未解決問題の解決は現代的で大変面白い場面です。そしてt-デザインの話で締められています。1920年代の統計学者であるR・A・フィッシャーとF・イエーツの研究成果の一つです。農業実験の設計の中から生まれた問題です。

次はL・D・アンデルセンによる寄稿で「ラテン方陣」が紹介されています。ラテン方陣はデザイン理論の重要な道具として知られています。アラブやインドの地域社会の中で紀元後1000年頃から魔除けと儀式によって現れたようです。また、ラテン方陣が書物に初めて現れたのはブーニーの著書「偉大な知識の太陽」であったようで、後にオイラーらが紹介したと記述されています。13世紀の神秘主義者であり哲学者のラモン・リュイが組合せ的手法で世界を表現する中でラテン方陣を構成したり、統計学の実験計画法に応用される様子が記述されています。最後に我々の日常に馴染みの深いパズルゲームである数独を紹介しています。

続いて、E・キース・ロイドによる寄稿で「数え上げ（18世紀-20世紀）」が紹介されています。この辺りになってくると、組合せ論的問題と代数的な展開式の間に関係があると知れ渡っていたようです。代数的組合せ論の誕生の歴史を垣間見ているようです。

次の章の「組合せ論的集合論」はI・アンダーソンの寄稿です。有限集合に関する組合せ論的問題の研究の歴史がまとめられています。ド・モアブル（18世紀）の研究の紹介から始まり、包除原理、箱入れ原理など、数え上げの手法の歴史が語られています。続いてガウス、ディレクレ、シュアー、ラムゼイ、ファン・デル・ヴェルデンたちの仕事が紹介され、20世紀初頭まで来てスペルナー、エルデシュ、コ、ラドやカトーナなどの仕事が紹介されています。

最後の14章ではローウェル・バイネケ、ロビン・ウィルソンらによって「現代のグラフ理論」が寄稿されています。グラフ理論自体が重要な分野として認識されだしたのが、20世紀後半であることが語られています。アップルとハーケンによる四色問題の解決の歴史などが記述されています。更に、その後の一般化の歴史やマッチング問題、ネットワーク、アルゴリズム的グラフ理論へとグラフ理論の発展の様子が描かれています。

第IV部 余波：組合せ論への個人的見解として、ピーター・J・キャメロンによって寄稿されました。冒頭いきなり、「組合せ論は真の数学とはまったく異なるものであるという見方が、20世紀において広く一般的に行き渡った意見であった」と記述されています。20世紀後半において情勢が変わったとも。1998年の映画「グッド・ウィル・ハンティング」で組合せ論分野でフィールズ賞をとった数学者を登場させたという記述は、何だか溜飲を下げるエピソードであったかの様に記述されています。チャールズ・バベッジやアラン・チューリングらは、計算機が発達する以前からそれが離散的な原理で設計され、重要な数学に繋がる理論的な議題を提起するようになるのとわかっていたと、紹介しています。また、成熟した数学の一分野として若手研究者向けに、組合せ論の研究集会をオーガナイズしたマーシャル・ホール、ジャック・ファン・リントらの活動が紹介されています。この研究集会での最初の主題はデザイン理論、有限幾何、符号理論、グラフ理論、組合せ的群論の五分野と記述されており、現在への発展と歴史が語られています。また、

東西冷戦時代に東側と西側をつなぐ情報伝達者であったとし、多大な功績とともにポール・エルデシュへの尊敬の念が語られています。

最後の方では連続から離散への科学的視点の変化を語っています。私も、計算機が社会構造の中で重要性を増して行く中で自然なことと感じています。

書評を書いているの思い：仲のよい先輩である平坂氏の訳本でもあるので許してくれるかな？ と思い、ちょっと張り切って批判でもしようかと、「すべての組合せ論の領域を包括しているわけではない」という点を挙げようかと、思いはしました。それは組合せ論の領域はとても広く、本書を読んだ組合せ論研究者が自らの分野を紹介してもらえず、人によっては寂しい思いをするかなと思ったからです。しかし、これは歴史を一冊にまとめようという企画に対して、あまりにも意地悪で的はずれな批判かなと思いました。私は本書にのめり込むばかりで組合せ論の世界観に圧倒されてばかり。古代の宗教観の解釈について、私があーだこーだと意見を言えるものではないし、改訂を期待する意見自体が無意味だと感じました。組合せ論の美しく華やかな歴史についてケチをつけるなんて、とてもじゃないが今の（おそらく将来も）私には出来ません。内容も大変興味深いものばかりで、知っていることもありながら、多くは知らないことばかり。読みはじめの頃はあまりに面白くて、ネット上で調べたりしてなかなか読み進められない。論文の査読をするわけじゃないんだからと、途中で諦めて楽しく読み進めることにしました。きっと原著でも組合せ論の世界を美しく表現しているのでしょう。批判しようなどと、本書の雰囲気をおそろしく野暮なことはやめることにしました。

そんなこんなを楽しく気楽に考えている私でしたが、本書の翻訳作業にあたり、平坂氏は研究者生活において大変しんどい状況に追い込まれ、翻訳作業は難航を極めていたようです。この時期、平坂氏にはもっと優先しなければならない事案が生じていたのです。その様な状況の中、監修の高瀬氏、編集者の大越氏、そして代数的組合せ論研究の仲間である大浦氏・坂内英一氏・坂内悦子氏・田邊氏・島袋氏・田中氏、田上氏、須田氏らのチームにより、一旦は（1年半ほど）ストップしていた作業が再開し、完成に至ります。本書を読むにあたっては「監訳者あとがき・訳者あとがき・覚書・翻訳の現場から」も読むことをお勧めします。どうして翻訳に携わった方は、組合せ論の歴史をまとめようと思ったのか？ 彼らの思いや、本書が魂の一冊であることを知ることができます。いかに私の批判が野暮ったいものであるか理解も出来るかと思います。とにかく感情を排除しがちな数学専門書とは異なり、私は数学に人間的な要素が入った一冊であって良いと思いますし、それを大歓迎します。母国語で数学を学ぶことが出来ることは大変素晴らしいことで、彼らの飽くなき数学への探究心と研究者魂を感じる作品でもあり、そんな彼らが仲間であることを誇りに思います。

最後に、導入で組合せ論研究者や数学に携わる方々に読んで欲しいと書きましたが、技術者、日本の数学・科学教育に関わる人やメディアの方々にも、是非とも読んで頂きた

い一冊です。本書を読み、組合せ論の歴史を辿ってみることで、いかに日常に在る現象を扱っているのかを知ることができます。本文やあとがきを読むことで、数学に携わる研究者達が、日頃何を考え、何を感じて生活しているのかもわかります。ドラマに描かれるような人たちばかりではありません。（真面目に教育的な話をするならば）組合せ論的動機づけも数学的思考の一種でしょう。（最近は統計学も入ってきていますか？）微分積分学・線形代数学に並んで、数学教育の鉄板とも言える「基礎」に位置づけてほしいなと感じます。日本の数学教育を変革させる一冊でもあることを願ってやみません。