

緒方芳子氏の Henri Poincaré Prize 受賞に寄せて

東京大学大学院数理科学研究科

河東 泰之

緒方芳子氏が2021年8月2日に International Association of Mathematical Physics の Henri Poincaré 賞を受賞された。大変おめでたいことである。授賞内容は “groundbreaking work on the mathematical theory of quantum spin systems, ranging from the formulation of Onsager reciprocity relations to innovative contributions to the theory of matrix product states and of symmetry-protected topological phases of infinite quantum spin chains” ということで、作用素環を用いた数理物理学、特に量子統計力学の研究である。授賞式は、3年ごとに開かれる数理物理学最大の集会 International Congress on Mathematical Physics (ICMP) の中で行われ、今回は Genève でハイブリッド形式で開かれた。コロナウイルスのため緒方氏は残念ながら Genève に行くことはできず、オンラインでの受賞となった。なお田崎晴明氏による業績紹介ビデオ (ICMP の授賞式当日に流れたもの) が YouTube の次のアドレスで見ることができる。 <https://www.youtube.com/watch?v=bbRoGM708eA>

同賞は1997年に設立された数理物理学最高レベルの国際賞で、日本人の受賞は2003年の荒木不二洋氏以来2人目である。この賞は3年に一度授与されるもので、毎回3~4人が受賞する。今回の他の受賞者は Baxter, Christodoulou, Solovej である。明文の規則はないのだがこの賞はこれまで約1/3が40歳前後の若手研究者の最近の業績に、残りの約2/3が長老格の大物のトータルの業績に対して与えられてきた。緒方氏はもちろん若手枠であるが、この若手枠は特にレベルが高く、緒方氏以前の受賞者9人中、Fields 賞受賞者が3人 (Witten, Kontsevich, Villani), ICM 全体講演者が4人、他の2人も ICM 招待講演者である。また緒方氏自身も2022年の ICM に Mathematical Physics のセクションで招待されたばかりである。これは日本人女性として初めての ICM 招待講演である。

さらに緒方氏は、今回の ICMP の全体講演、2021年の Current Development in Mathematics での招待講演、*Communications in Mathematical Physics* のエディター (2021年から) に選ばれるなど、その国際的評価の高さを示すものは数多い。毎回の ICMP では1時間の全体講演が十数件あり、そのほかに30分の招待講演がセクションごとに行われる。Poincaré 賞には受賞講演というものは特についていないのだが、緒方氏は今回の ICMP で全体講演を行ったのでこれが事実上の受賞講演となった。日本から ICMP の全体講演者に選ばれるのは数年に1人程度である。なお ICMP の全体講演者と ICM の Mathematical Physics のセクションの招待講演者は人数も同程度であり、かなり重なっている。また Current Developments in Mathematics は Harvard 大学と MIT が毎年共

催しているもので、特に偉い人が毎回4人程度招待されて2コマずつ講演し、その内容が後で本として出版されるというものだ。日本数学会の高木レクチャーのような形式で、1995年から始まってこれまでに100名強の数学者が招待されているが、そのうち12名がFields賞受賞者である。作用素環関連でこれまでに招待されたのはConnes 1人だけ、日本からこれまでに招待されたのは川又雄二郎氏1人だけである。また *Communications in Mathematical Physics* はもちろん数理物理学最高のジャーナルであり、これまで多くの歴史的論文を掲載してきた。50年強の歴史で日本人のエディターは緒方氏で7人目である。このほかにも2016年の大規模学会 QMath13 での全体講演、*Journal of Mathematical Physics* や *Journal of Statistical Physics* のエディター、2019年のOberwolfach 数学研究所の Simons Visiting Professor などにも選ばれている。

さらに緒方氏は国内では、日本数学会の建部賢弘賞で2007年に奨励賞、2012年に特別賞を受賞している。奨励賞と特別賞の両方を受賞しているのは、これまで緒方氏1人だけである。また井上科学振興財団の2010年度井上リサーチアワード、2014年度文部科学大臣表彰若手科学者賞もこれまでに受賞している。

緒方氏の研究内容は量子統計力学、特に量子スピン系の作用素環を用いた研究である。最初に書いた授賞紹介にもある通り、Onsager 相反定理などの初期の業績も高く評価されているが、特に同氏の国際的評価を高めたのは2013年の論文 (*J. Funct. Anal.*) である。この結果は von Neumann の問題を解決したもので、その設定は次のとおりである。UHF C^* -環と呼ばれる作用素環を考える。これは適当な意味で行列環の増大極限であり、その典型的な元は行列で表される。ここで漸近的に交換するような自己共役行列たちの列を考え、それらをノルム位相の意味で、本当に交換するような行列たちの列で一斉に近似できるか、ということを考える。これが von Neumann が統計力学について考えた問題である。行列の数が2個の時は Lin の有名な結果により、この種の問題は極めて一般的な設定で肯定的に解けることが知られている。3個以上の場合に一般的に正しくないことが Davidson によって1980年代に知られており、これにより多くの人は von Neumann の問題は否定的に解決されたと考えていた。しかし緒方氏は、von Neumann の問題はもともとは統計力学の観測可能量についての問題であったことから考えると、Davidson の結果は、統計力学ではありえないような構成を行っていることを指摘し、統計力学的に自然な仮定を置けば、von Neumann の問題は肯定的に解けることを示したのである。Princeton 大学の Lieb は、これについて “important, original and deep work in analysis of the highest caliber” と讃えるなど最高度の評価を下している。

そして同氏の国際的名声を決定づけたのが最近の量子スピン系のトポロジカル相の分類問題についての研究である。トポロジカル相とは gapped Hamiltonian と呼ばれるもの

の、連続変形で移り合えるという同値関係による同値類のことで、群作用で不変と言う条件を付けたものを SPT 相 (symmetry protected topological phase) と言う。Hamiltonian とはしかるべき自己共役作用素で、gapped とは最低固有値の上にスペクトルのギャップがあることを意味し、連続変形はそのギャップをある程度以上に保ったまま行うことが要請される。これは最近の物理学で多くの関心を呼んでおり、ノーベル物理学賞も出ている極めてホットな話題であるが、数学的にも大変重要な問題を含んでいる。これについて同氏には 2015 年から多くの論文があるが、一番有名な結果について以下ごく簡単に解説する。数学的設定は次の通りである。

d 次複素正方行列環 $M_d(\mathbb{C})$ が \mathbb{Z}^ν の各元の上に乗っていると考え、 \mathbb{Z}^ν に渡るテンソル積 $\mathcal{A}_{\mathbb{Z}^\nu} = \bigotimes_{\mathbb{Z}^\nu} M_d(\mathbb{C})$ を取る。こうして得られる無限次元 C^* 環を量子スピン系と呼ぶ。特に $\nu = 1$ の時は鎖状に $M_d(\mathbb{C})$ が並んでいると考え、量子スピン鎖と言う。 \mathbb{Z}^ν の部分集合 Γ に対し、 $\mathcal{A}_\Gamma = \bigotimes_\Gamma M_d(\mathbb{C})$ を考えるとこれは $\Gamma \subset \Gamma'$ のとき自然に $\mathcal{A}_\Gamma \subset \mathcal{A}_{\Gamma'}$ とみなせる。あるサイズ以下の \mathbb{Z}^ν の各有限集合 X ごとに interaction と呼ばれる \mathcal{A}_X の一様有界な自己共役元が与えられているとする。このときこれを用いて、局所 Hamiltonian が定まり、さらにそれによる時間発展として $\mathcal{A}_{\mathbb{Z}^\nu}$ 上の一径数自己同型群が定まる。これが unique gapped ground state と呼ばれる $\mathcal{A}_{\mathbb{Z}^\nu}$ 上の線型汎関数を持つことを要請する。これが成り立つかどうかは interaction に依存するので、これは interaction についての要請である。ここまでが gapped Hamiltonian の数学的なフォーミュレーションである。この要請の下で interaction を連続的な変形で移り合うという同値関係で分類するのだが、ここでは基準となる自明な interaction と同値なものを考える。有限群 G が各 $M_d(\mathbb{C})$ に作用しているとき、この群作用で不変な interaction を考え、さらに連続変形も群作用で不変なまま行うことを要請すると、今度は自明な interaction とは移り合えるとは限らない。この連続変形で移り合えるという同値関係についての同値類を SPT 相と言う。この同値関係についての $H^{\nu+1}(G, U(1))$ に値を持つ不変量が物理学者によって予想されていた。 $\nu = 1, 2$ の場合にこの予想を解決したのが緒方氏の主要な業績である。 $\nu = 2$ の場合の論文は最高峰ジャーナル、Forum of Mathematics, Pi に載っている。この不変量は Ogata index と呼ばれている。なお最近ではこの予想は大きい ν については正しくないだろうと考えられており、bordism を使った別の予想が提案されている。もともとの物理的な問題は作用素環を使わなくても考えられるものだが、作用素環を用いて数学的に研究することが緒方氏の手法の特徴である。もっと限定された状況での研究もたくさんあるのだが、完全に一般的な状況で問題を解決しているのも同氏の手法の強力さを表している。

緒方氏は学部から博士まで東大物理の出身であるが、2004 年の博士号取得後はほぼ数学系の組織に所属している。私が同氏のことを初めて知ったのは 2001 年 6 月に受け取っ

たメールである。当時同氏は東大物理で和達三樹氏のところの博士課程1年生であったのだが、作用素環を用いた量子統計力学の研究に興味があるので、私のところの学生セミナーに参加して作用素環論を学びたいということであった。そこで来てもらったところ、最高レベルで数学ができるということはすぐに分かったので、Bratteli–Robinson の有名な教科書 “Operator Algebras and Quantum Statistical Mechanics” をセミナーで発表してもらった。セミナーはどんどん進み、ああ、よくわかっているな、と思ったのであった。博士論文は私も審査員の一人に加えてもらったが、その内容は同氏が自力で研究したものである。

博士を取った後は東大数理の COE ポスドク研究員、学振特別研究員 (PD) として私が受け入れ教員になった。この間にフランス Marseille の Centre de Physique Théorique とアメリカの University of California, Davis に1年ずつ滞在している。UC Davis での受け入れ教員はこの方面の研究で有名な Nachtergaele であり、彼は現在 International Association of Mathematical Physics の会長であるため、緒方氏の授賞式ではこの Nachtergaele から Poincaré 賞を (オンラインで) 受け取ったのだった。その後同氏は九州大学助教としての短い期間を挟み、東大数理では 2009 年に准教授として着任し、2017 年に教授になっている。同僚としても大変頼りになる存在である。

数理物理学というのはかなり広い範囲を指し、数理物理学者を名乗る人の中には、数学的に厳密な議論をしない人や、数学的にはそれほど高度な道具を使わない人もいるが、同氏は常に最高度の数学的議論を完全に厳密な形で展開している。私は今に至ってもなお、同氏が数学科の教育を受けずにどうやってこれほどの数学力を身につけたのか不思議である。私から見れば、数学科を出ていないのに Lebesgue 積分その他の中核科目を数学科で教えているだけでも立派なものだと思うのだが、もちろん同氏の数学力はそんな程度をはるかに超えるものである。同氏には超弦理論で有名な立川裕二氏との共著論文があるが、それについて立川氏はウェブページで「いつもの調子で適当な証明を書いていたら、緒方さんにそれでは証明になっていないことを何度も指摘されて頭を掻いた。数学者と論文を書くのははじめてだったが、やはり本物の数学者は違うと知った。」と書いている。

同氏は最近もこれまでをさらに上回る驚くべきペースで重要で長い論文を書きまくっており、この方面の世界第一人者である。日本の数学や物理学の世界では残念ながら女性研究者は大変少ないのが現状であるが、その中で同氏の世界的な躍進は希望をもたらすものである。これからもさらにこの道を極めていってくれることを期待してこの文章を終わりにしたい。